C | E | D | L | A | S

Centro de Estudios
Distributivos, Laborales y Sociales

Maestría en Economía
Facultad de Ciencias Económicas

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

Pobreza y Desigualdad en America Latina: Conceptos, Herramientas y Aplicaciones

Leonardo Gasparini, Martín Cicowiez y Walter Sosa Escudero

Documento de Trabajo Nro. 171
Octubre, 2014

ISSN 1853-0168

POBREZA Y DESIGUALDAD EN AMERICA LATINA: CONCEPTOS, HERRAMIENTAS Y APLICACIONES

Leonardo Gasparini, Martín Cicowiez y Walter Sosa Escudero

RESUMEN

La pobreza y la desigualdad son problemas sociales centrales en América Latina. Este libro desarrolla las principales discusiones conceptuales sobre estos temas, provee un amplio conjunto de herramientas analíticas, las aplica a datos concretos de encuestas de hogares y ofrece evidencia para todos los países de América Latina.

El documento de trabajo ofrece el capítulo introductorio, y dos capítulos adicionales del libro, publicado por Editorial Temas.

POBREZA Y DESIGUALDAD EN AMERICA LATINA:

CONCEPTOS, HERRAMIENTAS Y APLICACIONES ♣

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

♣ Este documento corresponde al capítulo 1 del libro *Pobreza y Desigualdad en América Latina. Conceptos, herramientas y aplicaciones* por Leonardo Gasparini, Martín Cicowiez y Walter Sosa Escudero; Editorial Temas. El libro se realizó en el marco del CEDLAS, el Centro de Estudios Distributivos, Laborales y Sociales de la Universidad Nacional de La Plata (*cedlas.econo.unlp.edu.ar*). Por favor, no citar sin permiso.

Índice del capítulo 1

1.1. Sobre el libro

Pobreza y *desigualdad* son dos términos que aparecen sistemáticamente en las discusiones sobre la realidad social y económica de América Latina. Hay buenas razones para ello. Por un lado, tanto la pobreza como la desigualdad son consideradas "males", problemas sociales que es necesario combatir. La pobreza y la desigualdad figuran entre las principales preocupaciones de la opinión pública y, por lo menos en el discurso, también de los gobiernos. Existe un amplio consenso en que el desempeño de una economía debe ser evaluado no solo en función de los típicos indicadores económicos —crecimiento del producto, reducción de la inflación y el desempleo—, sino también, y especialmente, en términos de sus logros en reducción de la pobreza y de las disparidades socioeconómicas injustas.

Por otra parte, no extraña lo extendido de las discusiones sobre pobreza y desigualdad en América Latina, ya que esta es una región en la que los logros distributivos no han sido particularmente destacables. Por el contrario, son muchos quienes afirman que América Latina es la región más desigual del mundo y que los avances en la reducción de la pobreza han sido relativamente modestos. La evidencia empírica disponible sugiere que los países latinoamericanos han sido, al menos desde los tiempos de la Colonia, muy desiguales. Hoy en día, solo las naciones africanas al sur del Sahara y algunas del Sudeste asiático tienen niveles de desigualdad de ingreso comparables a los valores de los países latinoamericanos. La pobreza no es tan grave como en otras regiones en desarrollo, pero es ciertamente preocupante: se estima que en 2010 alrededor del 15% de los latinoamericanos vivía en hogares con ingresos menores a 2.5 dólares por día por persona (a paridad de poder adquisitivo), un valor que apenas alcanza para cubrir las necesidades más básicas. Las carencias se manifiestan en múltiples dimensiones, no solo en la monetaria: el 22% de los niños nicaragüenses de menores ingresos no asiste a la escuela; el 57% de los jóvenes hondureños de 13 a 17 años de bajos recursos está en similar situación; en Bolivia, el 46% de los hogares de menores ingresos no tiene electricidad en su vivienda; en Perú, el 63% no tiene acceso a una fuente de agua potable en su vivienda; y en México, el 71% no tiene acceso a un sistema de saneamiento.[1] Las privaciones se repiten en el mercado laboral: en todos los países de la región las personas pobres típicamente acceden a trabajos precarios, inestables, de bajos salarios y sin beneficios sociales, o directamente están desempleadas.

Ante este escenario es difícil controlar la ansiedad por avanzar rápidamente en comprender las razones profundas de la pobreza y la desigualdad en la región e identificar un conjunto de acciones tendientes a superarlas. Este libro propone un avance más gradual, con el convencimiento de que una comprensión más profunda de los conceptos, el dominio de un conjunto amplio de herramientas analíticas y el conocimiento de la evidencia empírica disponible son pasos ineludibles para participar seriamente en el debate.

[1] Estos valores corresponden al 20% más pobre de la población para el año 2008 (SEDLAC, 2011).

El propósito de este volumen no es defender una explicación particular sobre las causas de la pobreza y la desigualdad en América Latina, ni proponer un programa de políticas específicas para aliviar estos problemas sociales, sino poner al alcance del lector un conjunto de instrumentos que lo motiven hacia la investigación empírica, y que le permitan producir resultados de la manera más rigurosa posible, para así contribuir a los objetivos últimos de explicar y cambiar la realidad social de la región.

Este es un libro sobre pobreza y desigualdad aplicado a América Latina. Las discusiones conceptuales y analíticas son ilustradas con ejemplos concretos construidos con datos de los países de la región. El propósito es ayudar al lector interesado en América Latina a que recorra el (a menudo arduo) camino entre los datos en bruto y el reporte de resultados rigurosos que puedan contribuir al debate. Una acusación, a veces fundada, es que los latinoamericanos nos inclinamos más por el discurso grandilocuente que por el análisis riguroso puntual, en particular en temas sociales. Este libro pretende hacer una contribución en esta segunda dirección.

Aunque en gran parte formativo, el libro realiza también un aporte informativo. El lector encontrará a lo largo de las siguientes páginas abundante información acerca de los niveles, patrones y tendencias de la pobreza, la desigualdad y otras variables distributivas en los países de América Latina. Pero, como la información queda rápidamente desactualizada y las dificultades de medición implican reajustes frecuentes a las estadísticas existentes, el libro es acompañado por un sitio web, donde la información de la versión impresa se actualiza periódicamente.

Existe una vasta literatura internacional sobre concepto y medición de variables distributivas. Atkinson (1975), Atkinson y Bourguignon (2000), Cowell (2011), Deaton (1997) y Lambert (2001) son ejemplos destacados de libros en este campo. Por otro lado, existen numerosas contribuciones empíricas que aportan estadísticas e identifican factores determinantes de la pobreza y la desigualdad en América Latina. El propósito de este libro es combinar estas dos literaturas y hacerlas accesibles a estudiantes de Economía y otras ciencias sociales, y a investigadores, profesionales y técnicos interesados en la problemática distributiva latinoamericana.

La pobreza y la desigualdad son las dos dimensiones distributivas más estudiadas y debatidas. El libro sigue esa tradición y les otorga, desde el mismo título, un lugar central. Sin embargo, el análisis distributivo va más allá de estos dos conceptos. En particular, el libro trata con cierta extensión otros temas vinculados a la problemática distributiva como los de polarización, movilidad, vulnerabilidad, segregación y bienestar agregado.

1.2. La relevancia de los problemas distributivos

Existen al menos tres razones que justifican el análisis de la problemática distributiva. La primera proviene de la mera curiosidad científica: la pobreza y la desigualdad son fenómenos socioeconómicos que resulta interesante medir y explicar. ¿Por qué en Uruguay la pobreza y la desigualdad son menores que en Bolivia? ¿Por qué la desigualdad de ingresos aumentó en Argentina desde mediados de los 1970 hasta principios de los 2000? Aun tomando las variables distributivas de manera aséptica, es intrigante desde un punto de vista científico conocer las respuestas a tales preguntas.

El segundo motivo por el cual estudiar pobreza y desigualdad radica en las potenciales consecuencias de estos fenómenos sobre otras variables sociales y económicas. Por ejemplo, se argumenta que la distribución del ingreso tiene efectos sobre la asignación de recursos y la inversión en capital físico y humano, y por ende, sobre la tasa de crecimiento de la economía. Aun si la pobreza y la desigualdad no fueran considerados temas interesantes *per se*, se justificaría su estudio riguroso por tener consecuencias significativas sobre otras variables relevantes.

La tercera razón, para la mayoría seguramente la principal, fue mencionada al comienzo de este capítulo: la pobreza y la desigualdad son percibidas como "males". En todas las sociedades del mundo las personas suelen tener preferencias que implican el disgusto por situaciones de pobreza, desigualdad de oportunidades y exageradas diferencias de ingreso y riqueza. Si la pobreza y la desigualdad son consideradas problemas sociales, resulta obvia la relevancia de medir y explicar estos fenómenos.

La consideración de la pobreza como un mal social es casi universal. El propio Adam Smith, defensor del *laissez-faire*, sostiene que "[N]inguna sociedad puede ser próspera y feliz cuando la mayor parte de los miembros de su población son pobres y miserables" (Smith, 1776). Con la posible excepción de grupos libertarios, la mayor parte de la población justifica acciones, ya sea públicas o privadas, para aliviar las situaciones de pobreza material extrema. Las Naciones Unidas, en la famosa declaración de Objetivos de Desarrollo del Milenio (ODM), proponen como meta mundial número uno la reducción a la mitad de la pobreza en cada país entre 1990 y 2015.

El argumento de la desigualdad como un mal es más controversial. Existen argumentos filosóficos a favor y en contra de la preocupación por la desigualdad, y un amplio debate sobre cuál es la variable que es deseable igualar entre las personas (ingreso, consumo, utilidad, oportunidades). Esta discusión es revisada en el capítulo 6. De cualquier forma, podemos adelantar que una extensa literatura en ciencia política, historia, antropología, sociología, psicología, neurociencia y economía aporta evidencia robusta sobre el disgusto del ser humano ante situaciones de desigualdad. Las Naciones Unidas, por ejemplo, proclamaron el 20 de febrero como el Día Mundial de la Justicia Social con el argumento de que "… la justicia social, la igualdad y la equidad constituyen los valores fundamentales de todas las sociedades".

1.3. América Latina

Este libro trata sobre la pobreza y la desigualdad en América Latina. Esta región comprende países del continente americano donde prevalecen los idiomas de raíz latina (o "lenguas romances"), como el español y el portugués. Casi todos los países de la América continental al sur del río Bravo entran dentro de esta clasificación de manera no ambigua: México, casi toda América Central —Costa Rica, El Salvador, Guatemala, Honduras, Nicaragua y Panamá— y casi todas las naciones de América del Sur —Argentina, Bolivia, Brasil, Chile, Colombia, Ecuador, Paraguay, Perú, Uruguay y Venezuela—. El resto de los países continentales de América Central y del Sur —Belice, Guyana, Surinam y el territorio de la Guyana Francesa— no son en general considerados parte de América Latina, pues pertenecen, por vínculos culturales y económicos, a la región del Caribe. Existen países americanos de colonización latina ubicados en el Mar Caribe: Cuba, Puerto Rico y República Dominicana, de origen hispano, y Haití, de colonización francesa.

En este libro trabajamos con datos de los 17 países de la América Latina continental listados arriba, más la República Dominicana. Cuba es excluida, ya que, lamentablemente, el gobierno de ese país no difunde al público información sobre sus encuestas de hogares; Puerto Rico se excluye ya que se trata de un territorio asociado a los Estados Unidos, y Haití no se incluye por tratarse de un país más ligado culturalmente al Caribe que a América Latina y por tener un sistema de encuestas de hogares muy precario.

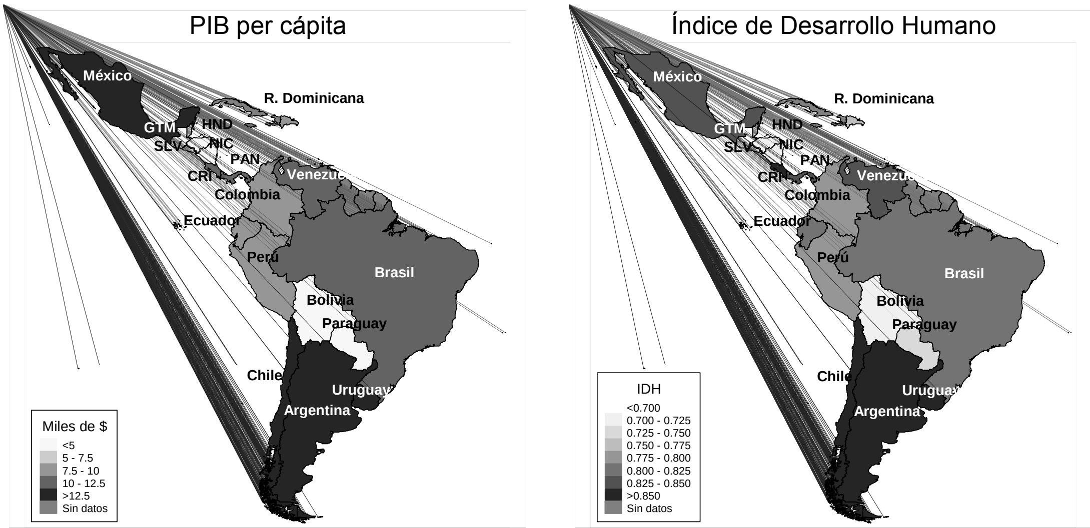
En síntesis, salvo que se indique lo contrario, las estadísticas que se presentan para América Latina incluyen los 18 países listados en el cuadro 1.1. Esta tabla presenta estadísticas básicas sobre población, superficie, producto interno bruto (PIB) per cápita, el índice de desarrollo humano de Naciones Unidas y dos indicadores de pobreza y desigualdad de ingresos que serán discutidos extensamente en los capítulos 4 y 6: la tasa de incidencia de la pobreza y el coeficiente de desigualdad de Gini. Las figuras 1.1 y 1.2 ilustran algunas de estas variables en mapas regionales.

Cuadro 1.1
Estadísticas básicas
Población, superficie, PIB per cápita, índice de desarrollo humano, pobreza y desigualdad

País	Código	Población millones	Superficie miles km2	PIB per cápita USD PPA	Indice de Desarrollo Humano	Pobreza Tasa de incidencia	Desigualdad Coeficiente de Gini
Argentina	ARG	40.3	2780	14126	0.860	8.1	45.1
Bolivia	BOL	9.9	1099	4448	0.723	32.2	57.2
Brasil	BRA	193.8	8515	10456	0.807	15.1	53.7
Chile	CHL	16.9	756	14299	0.874	4.3	51.9
Colombia	COL	45.1	1139	8206	0.787	16.4	56.1
Costa Rica	CRI	4.6	51	10572	0.847	8.1	48.7
Dominicana R.	DOM	10.0	48	8672	0.768	16.4	50.8
Ecuador	ECU	13.6	284	7720	0.807	19.4	48.9
El Salvador	SLV	6.2	21	7439	0.747	22.1	48.4
Guatemala	GTM	14.0	109	4882	0.696	32.9	53.6
Honduras	HND	7.4	112	4168	0.714	39.4	55.3
México	MEX	107.4	1964	13542	0.842	14.8	50.5
Nicaragua	NIC	5.8	120	2654	0.710	42.5	52.3
Panamá	PAN	3.4	76	11542	0.832	12.3	52.1
Paraguay	PRY	6.3	407	4551	0.752	20.6	50.7
Perú	PER	29.2	1285	8723	0.788	20.0	46.9
Uruguay	URY	3.3	176	13019	0.859	3.3	44.4
Venezuela	VEN	28.4	912	12496	0.826	19.8	45.5
América Latina	AL	545.6	19855	10680	0.810	16.3	50.7

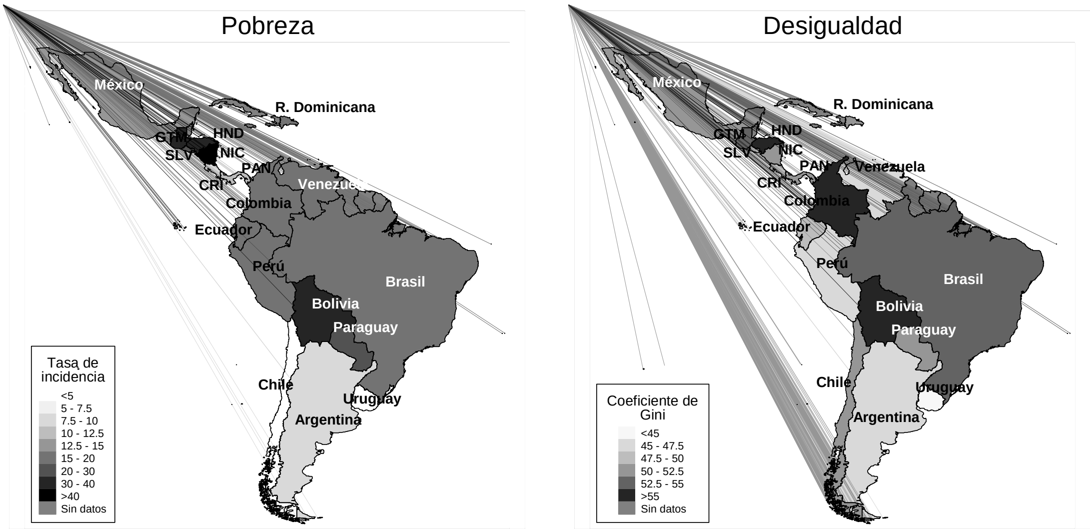
Fuente y notas: el código de cada país es el correspondiente al ISO 3166-1. La población de cada país es la estimada a 2009. La superficie es la reportada en el *Demographic Yearbook*, de United Nations Statistics Division, 2006. El PIB per cápita corresponde al PIB en dólares ajustado por paridad de poder adquisitivo (PPA) estimado para 2009, obtenido del *World Economic Outlook* - IMF. El índice de desarrollo humano (IDH) está tomado del *UNDP Human Development Report 2007/2008*. Se reportan las estimaciones de CEDLAS de la tasa de incidencia de la pobreza de acuerdo a la línea de USD 2.5 por día por persona a PPA y del coeficiente de Gini de la distribución del ingreso per cápita familiar, correspondientes al año 2009. El coeficiente de Gini reportado para América Latina es el promedio de los países sin ponderar por población.

Figura 1.1
PIB per cápita e índice de desarrollo humano
América Latina, 2009



Fuente y notas: El PIB per cápita corresponde al PIB en dólares ajustado por PPA estimado para 2009, obtenido del *World Economic Outlook* - IMF. El índice de desarrollo humano (IDH) está tomado del *UNDP Human Development Report 2007/2008.*

Figura 1.2
Pobreza y desigualdad
América Latina, 2009



Fuente y notas: Se reportan las estimaciones de CEDLAS de la tasa de incidencia de la pobreza con la línea de USD 2.5 por día por persona a PPA y del coeficiente de Gini de la distribución del ingreso per cápita familiar, correspondientes al año 2009.

Las tablas y mapas ilustran la diversidad dentro de la región. América Latina incluye países muy extensos como Brasil —el quinto del mundo— y muy pequeños como El Salvador, que ocupa el lugar 151 y que cabría 400 veces en el territorio brasileño. Las diferencias poblacionales son también enormes. La población de Brasil es 59 veces superior a la del vecino Uruguay, y la de México es 19 veces mayor que la de la cercana Nicaragua. Brasil y México, los dos países más poblados de la región, son el hogar del 55% de la población latinoamericana. Si agregamos a Colombia y Argentina, la participación crece a 70%.

A grandes rasgos los países latinoamericanos tienen niveles socioeconómicos parecidos: se trata en todos los casos de economías en desarrollo, de ingresos medios. Bajo esta clasificación se incluye a países de ingresos medios-altos, como Argentina o Chile con PIB per cápita en el entorno de los 15000 dólares (a paridad de poder de compra), y otros como Bolivia, Honduras o Nicaragua, pertenecientes al grupo de las economías de ingresos medios-bajos con PIB inferiores a 5000 dólares.[2] Las brechas, de cualquier forma, no son tan elevadas como en la región vecina del Caribe, donde conviven países de ingresos altos como Puerto Rico o Bahamas, con otros como Haití, con niveles de ingreso y desarrollo semejantes a los de los países africanos al sur del Sahara.

Un indicador de desarrollo de uso muy extendido es el índice de desarrollo humano (IDH) de Naciones Unidas, que combina medidas de esperanza de vida, educación y PIB per cápita. Los países de América Latina tienen diferencias significativas entre sí en términos del IDH. Por un lado, los países del Cono Sur —Chile, Argentina y Uruguay—

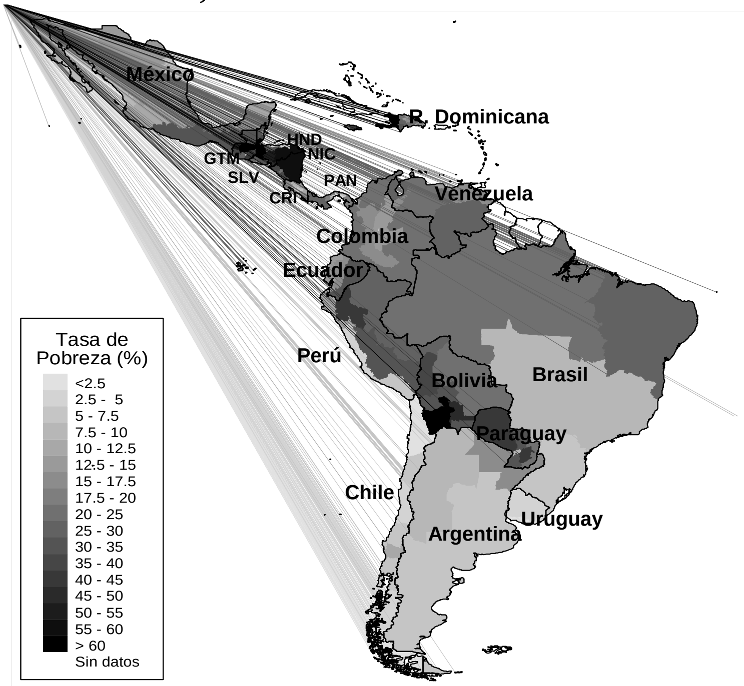
[2] Los valores estimados corresponden al año 2009.

ocupan las posiciones 40, 46 y 47 en el ranking mundial, respectivamente, mientras que los países centroamericanos de Honduras, Nicaragua y Guatemala ocupan los lugares 117, 120 y 121, respectivamente (sobre 179 países).

Las diferencias en niveles de ingreso se traducen (aunque no mecánicamente, como veremos en el capítulo 8) en diferentes niveles de pobreza. El primer mapa en la figura 1.2 está pintado con un amplio abanico de matices que van desde una pobreza moderada en Chile y Uruguay, a una alta en Honduras y Nicaragua. Los niveles internos de desigualdad también son diferentes entre países, pese a tratarse de sociedades con historias comunes y sujetas a shocks semejantes, lo cual vuelve estimulante el estudio de las razones de estas divergencias.

Las estadísticas nacionales reflejan situaciones socioeconómicas muy diversas dentro de cada país. En Brasil la proporción de población pobre difiere sustancialmente entre el Sur y el Norte, en Perú las diferencias son muy marcadas entre la Costa y la Sierra, y en México las tasas de pobreza del Sur son más del doble de las del resto del país. La figura 1.3 es un mapa de pobreza a nivel subnacional, que explota las definiciones de región que cada país incluye en sus encuestas de hogares.

Figura 1.3
Pobreza a nivel regional
América Latina, 2009



Fuente: Estimaciones propias de la tasa de incidencia de la pobreza con la línea de USD 2.5 por día por persona a PPA para el año 2009.

1.4. Público y conocimientos previos

El lector potencial típico de este libro es un estudiante de Economía de un curso avanzado de grado o de posgrado, interesado en cuestiones distributivas en América Latina. El libro también está pensado para investigadores en otras áreas sociales con una formación cuantitativa básica, o interesados en formarse en estas técnicas de análisis, y para profesionales, técnicos y funcionarios en áreas sociales en gobiernos de la región, centros de investigación y organismos internacionales. Salteando las discusiones técnicas, el libro también puede ser útil al público en general interesado en entender las principales cuestiones conceptuales, y los patrones y tendencias de la pobreza y la desigualdad en América Latina.

El libro requiere idealmente el conocimiento previo de conceptos básicos de economía, estadística y matemática. Cualquier libro introductorio de economía que permita familiarizarse con el lenguaje y las principales técnicas de análisis de esta disciplina será de ayuda para sentirse cómodo a lo largo del libro. En particular, se recomienda un texto de microeconomía, al menos del nivel de Baumol y Blinder (2009) o Varian (1999).

El lector debe estar familiarizado con nociones básicas de álgebra y cálculo, que serán utilizadas tanto en la parte teórica como empírica. Si bien el libro no ahonda en detalles formales, presupone cierta madurez cuantitativa, similar a la proporcionada en los primeros años de una carrera de grado en Economía o disciplinas afines. En particular, se supone que el lector tiene una base mínima de álgebra y cálculo (por ejemplo, del nivel del texto de Chiang y Wainwright, 2005), y conocimientos de estadística o econometría básica del nivel del texto introductorio de Wooldridge (2009).

El libro está escrito en español, pero la gran mayoría de las referencias son en inglés. La literatura distributiva, aun la dedicada a América Latina, está en gran parte escrita en inglés y se discute en congresos internacionales en ese idioma. Un conocimiento básico de inglés es indispensable para poder avanzar en toda investigación empírica amplia.

La implementación práctica de los conceptos discutidos en el libro exige el uso del programa Stata. Si bien existen otros paquetes de manejo de datos estadísticos, econométricos y de análisis distributivo, Stata tiene ventajas en términos de su flexibilidad para la programación y su uso extendido entre quienes realizan investigación en temas sociales. El Apéndice I de este libro ofrece una breve guía de iniciación a este paquete computacional.

1.5. El enfoque

Este libro utiliza el lenguaje y los instrumentos de análisis propios de la economía convencional. Con cierta frecuencia en nuestra región esta opción metodológica es identificada con un enfoque "economicista", carente de sensibilidad social y ahistórico. Otras veces se la relaciona con un paradigma de análisis ortodoxo, que aceptaría todos los resultados del mercado, y en consecuencia, serviría de justificación para un *statu* *quo* en el que existen grandes brechas entre ricos y pobres. En función de esas críticas, todo trabajo que analice la realidad con el instrumental tradicional de la economía, como lo hace este libro, es leído con sospecha o directamente descartado.

Pensamos que esas críticas no son acertadas. La economía enfatiza el uso de instrumentos cuantitativos, mientras otras ciencias sociales utilizan con más intensidad métodos cualitativos e históricos: cada una realiza aportes desde su espacio de especialización. El análisis económico y cuantitativo de la pobreza y la desigualdad no son sustitutos de otros enfoques, sino complementarios. Adicionalmente, en las últimas décadas la economía como disciplina se ha abierto crecientemente al aporte de otras ciencias sociales, lo cual en parte se ve reflejado en varias secciones de este volumen.

El análisis económico de la pobreza y la desigualdad implica un intenso uso de las estadísticas. El fenómeno de la pobreza, en cierto sentido, se resume en números. Como reacción a esta situación, hay quienes prefieren un análisis más puntual y desvían sus esfuerzos a estudios de caso, focalizados en unas pocas familias, o personas con nombre y apellido y realidades concretas. Esta es ciertamente una alternativa posible, pero no invalida la anterior. Las estadísticas nos permiten conocer cuán extendido está un fenómeno en toda la población de un país, o aun en el mundo; nos permiten relacionar grandes reformas o shocks económicos con sus consecuencias generales en la población y simular los posibles impactos de alguna política sobre un gran número de personas, todas tareas que naturalmente es imposible llevar adelante con estudios sobre unas pocas personas en algún barrio particular. Existe un compromiso (*trade-off*) entre el acercamiento a la persona y la generalidad de los resultados, y en consecuencia, su grado de representatividad. El uso de las estadísticas implica inclinarse por el segundo camino, sin desconocer la validez del primero.

Por otra parte, el uso de técnicas convencionales de la economía (el a veces llamado enfoque ortodoxo, o neoclásico) no implica de ningún modo adscribir al *laissez-faire*, ni justificar todo resultado del mercado, ni renegar de la intervención estatal en la economía, ni oponerse a políticas redistributivas. Naturalmente, todo paradigma de análisis no es completamente inocuo. Lo que acá se argumenta es que el uso de las herramientas convencionales de la economía no condiciona el análisis como para desembocar determinísticamente en un conjunto estrecho de opiniones y prescripciones de política. La economía ofrece herramientas complementarias a las de otras ciencias sociales que ayudan a entender una realidad muy compleja. La postura que tome cada persona frente a los hechos dependerá de sus juicios de valor y de su percepción de la realidad. Utilizando exactamente el mismo paradigma de análisis de la economía, hay quienes abogan por la no intervención estatal y la limitación de las políticas sociales, otros, en el otro extremo, que sostienen la necesidad de masivas redistribuciones de ingresos y factores de producción, y un amplio abanico de posiciones intermedias.

Un último esfuerzo para convencer al lector crítico: por alguna razón que no corresponde tratar acá, muchas de las discusiones académicas y no académicas sobre pobreza y desigualdad, tanto en América Latina como en el mundo, se desarrollan en el lenguaje tradicional de la economía. Aun cuando no se comparta ese lenguaje y forma de análisis, es aconsejable dominarlo para participar del debate con más herramientas y tener así más posibilidades de influir en él, y en consecuencia, en la realidad social de la región.

1.6. Estructura

El resto de este libro se organiza de la siguiente forma. El capítulo 2 presenta un conjunto de herramientas gráficas y analíticas útiles para caracterizar una distribución y las ejemplifica con aplicaciones a casos concretos en América Latina. El capítulo se detiene en el análisis inferencial y en las herramientas para estimar la significatividad estadística de los resultados.

El capítulo 3 incluye una larga discusión conceptual acerca de las variables de interés en el análisis distributivo. Posteriormente se abordan los problemas generados por el hecho de que las personas viven en hogares y no solas, y que sus ingresos varían a lo largo de la vida. El capítulo incluye una presentación de las principales fuentes de información para realizar estudios distributivos, con sus ventajas y deficiencias. En particular, se discuten extensamente los problemas de medición de las principales variables sobre las que se computa la pobreza y la desigualdad en América Latina.

El capítulo 4 se adentra en uno de los dos temas centrales del libro: la pobreza. Este capítulo se concentra en la dimensión más estudiada de la pobreza: la insuficiencia de ingreso. Luego de una larga discusión conceptual sobre el problema de cómo identificar a la población pobre, el capítulo se extiende en estudiar los principales indicadores de pobreza y sus propiedades, y concluye con un resumen de los patrones y tendencias de la pobreza monetaria en América Latina.

El capítulo 5 extiende el análisis más allá de las privaciones monetarias estáticas, tratando los temas de pobreza multidimensional, pobreza subjetiva y pobreza intertemporal. El capítulo incluye también discusiones sobre vulnerabilidad, perfiles de pobreza y la dimensión geográfica de las privaciones.

El otro tema central del libro, la desigualdad, ocupa la escena en el capítulo 6. Luego de repasar un conjunto de argumentos que justifican el estudio de la desigualdad, el capítulo resume la extensa literatura sobre medición de la desigualdad monetaria y concluye presentando evidencia empírica para América Latina.

El capítulo 7 se extiende hacia el estudio de la desigualdad en otras variables, más allá del ingreso, ampliando el paradigma unidimensional. En particular, se detiene en la medición de la igualdad de oportunidades, de creciente relevancia académica y política. Adicionalmente, en este capítulo se estudian otros aspectos distributivos de importancia: la movilidad, la polarización, la segregación y el bienestar agregado.

En el capítulo 8 se presentan varios instrumentos analíticos para estudiar la relación entre crecimiento, pobreza y desigualdad. En particular, se estudian descomposiciones que permiten caracterizar a los cambios en la pobreza en un efecto crecimiento y un efecto redistributivo, y se repasa la literatura empírica sobre crecimiento y reducción de pobreza.

La distribución del ingreso es modificada por la acción del Estado a partir de sus políticas. El capítulo 9 presenta un conjunto de instrumentos para medir el impacto de las políticas públicas sobre la distribución del ingreso y otras variables económicas. Los conceptos de progresividad e impacto redistributivo son estudiados en teoría y ejemplificados con casos prácticos para países de la región.

El libro incluye cuatro apéndices. El primero brinda los elementos básicos para familiarizarse con el manejo y la programación del paquete Stata. El segundo apéndice informa sobre la disponibilidad de encuestas de hogares en los países de América Latina, sus características y limitaciones, mientras que en el tercero se presentan varios problemas metodológicos que deben enfrentarse para calcular el ingreso y el consumo familiar en la práctica. Finalmente, el cuarto es una breve guía para la estimación de modelos sencillos de ingreso, que resultan necesarios para aplicar algunas de las metodologías desarrolladas en el libro.

1.7. En la práctica: trabajando con los datos y la web

Cada capítulo del libro termina con un apéndice titulado “En la práctica”, destinado a guiar al lector en la implementación práctica de los conceptos desarrollados. Estos apéndices incluyen la referencia a comandos de Stata para reproducir resultados obtenidos sobre la base de microdatos de encuestas de hogares reales de América Latina. El lector interesado solo en las discusiones conceptuales puede saltear los apéndices “En la práctica” sin perder el hilo de los argumentos. Sin embargo, una de las principales contribuciones de este libro es precisamente la de ayudar a recorrer el camino entre el concepto teórico y el resultado empírico concreto. Los apéndices al final de cada capítulo son vitales para todo lector al que le entusiasme ese desafío.

Hoy en día es simple encontrar en la web rutinas que calculan mecánicamente indicadores de pobreza y desigualdad, y otros instrumentos para el análisis distributivo. Si bien ese material puede ser de utilidad, es aconsejable realizar una inversión para aprender a programar las propias rutinas, lo cual incrementa significativamente el potencial para involucrarse en investigaciones rigurosas y originales. Los apéndices “En la práctica” ayudan al lector interesado a seguir este camino.

1.8. Las bases de datos

El sitio web asociado a este libro contiene un conjunto de bases de datos de encuestas de hogares de países latinoamericanos.[3] Estas bases han sido procesadas previamente e incluyen las variables necesarias para seguir los ejemplos propuestos en los apéndices y replicar algunos de los resultados del libro. Es importante puntualizar que el

---

[3] <www.depeco.econo.unlp.edu.ar/cedlas/libro-gcse-1>

procesamiento de las bases implica seguir un protocolo que no necesariamente es compartido en su totalidad por los institutos de estadística de los países, ni por otros investigadores. Como discutiremos extensamente a lo largo del libro, el trabajo con datos exige tomar un sinnúmero de decisiones metodológicas para las cuales no hay criterios objetivos universales. Supongamos que estamos procesando una base de datos y descubrimos una inconsistencia en la respuesta de ingresos de un joven: ¿qué hacemos? ¿Lo eliminamos de la base de datos, y con él a toda su familia ya que no podemos estimar correctamente el ingreso familiar al excluir a uno de sus miembros? ¿Lo incluimos en el cómputo porque no estamos totalmente seguros de la inconsistencia, o porque no queremos perder la observación del hogar por fallas en solamente un miembro? No existe una manera única objetiva de resolver el problema. Si el lector llega a estimaciones que son diferentes a las de este libro, a las de otro trabajo, o a las del instituto de estadística del país, no necesariamente implica que el cálculo tenga alguna deficiencia metodológica; puede simplemente ser el resultado de resolver de manera diferente alguna situación ambigua. De hecho, el trabajo sobre las bases de datos implica frecuentemente la revisión de alguna decisión, la corrección de errores o el cambio en algún criterio ante nueva información. Las revisiones de las estadísticas son un elemento habitual en el progreso de la investigación académica.

La base SEDLAC

La gran mayoría de los resultados de este libro provienen de la base SEDLAC, o Base de Datos Socioeconómicos para América Latina y el Caribe (*Socioeconomic Database for Latin America and the Caribbean*), un proyecto conjunto del CEDLAS, el Centro de Estudios Distributivos, Laborales y Sociales de la Universidad Nacional de La Plata en Argentina, y el grupo de Pobreza y Género de América Latina del Banco Mundial (LCSPP). En el marco de ese proyecto las encuestas de hogares de América Latina son procesadas de la forma más homogénea posible, sujeta a las restricciones de los cuestionarios. La base SEDLAC contiene información de más de 300 encuestas de hogares nacionales en 25 países de América Latina y el Caribe. Las estadísticas resultantes pueden ser consultadas en la página del proyecto SEDLAC en <sedlac.econo.unlp.edu.ar>.

POBREZA Y DESIGUALDAD EN AMERICA LATINA:

CONCEPTOS, HERRAMIENTAS Y APLICACIONES ♣

Capítulo 2

HERRAMIENTAS PARA EL ANÁLISIS DISTRIBUTIVO

♣ Este documento corresponde al capítulo 2 del libro *Pobreza y desigualdad en América Latina. Conceptos, herramientas y aplicaciones* por Leonardo Gasparini, Martín Cicowiez y Walter Sosa Escudero; Editorial Temas. El libro se realizó en el marco del CEDLAS, el Centro de Estudios Distributivos, Laborales y Sociales de la Universidad Nacional de La Plata (*cedlas.econo.unlp.edu.ar*). Por favor, no citar sin permiso.

Índice del Capítulo 2

2.1. Introducción

La pobreza y la desigualdad, los dos ejes centrales de este libro, son fenómenos intuitivamente claros, aunque complejos de definir con precisión. Todos tenemos una idea del concepto de pobreza que asociamos a privaciones de distinto tipo, y del concepto de desigualdad que vinculamos con diferencias entre personas, pero no resulta sencillo acordar definiciones estrictas. Esta dificultad es natural, dada la complejidad del fenómeno. La idea de pobreza, por ejemplo, está asociada a privaciones materiales concretas, como insuficiencia alimentaria, pero también a falta de oportunidades de progreso, vulnerabilidad ante *shocks*, marginalidad y estigmatización.

La manera de proceder ante un fenómeno complejo es analizarlo en su versión más simplificada y luego ir agregando complicaciones. Ese es el camino que seguimos en el libro. Comencemos, entonces, asumiendo que todas las dimensiones en las que es relevante analizar privaciones o desigualdades pueden resumirse en una sola variable a la que denotamos con x, y a la que por comodidad llamamos *ingreso*. Existe un sinnúmero de cuestiones relacionadas a la elección de la variable sobre la cual se focaliza el análisis en la práctica. ¿Debemos usar el ingreso, el consumo u otra variable? ¿Debemos usar el ingreso per cápita o el ajustado por alguna escala de adulto equivalente? Estas y muchas otras cuestiones de implementación práctica son derivadas al siguiente capítulo del libro. Mientras tanto, supongamos que nuestra *proxy* de nivel de vida −el ingreso x− está perfectamente definida, sin ambigüedades.[1]

Asumamos una comunidad de N personas. A la lista que enumera los ingresos en esta población la llamamos "distribución empírica del ingreso", o directamente "distribución del ingreso". El término *distribución* de x hace referencia a toda la colección de valores de x en una circunstancia particular, es decir al vector $\{x_1, x_2, ..., x_N\}$, donde el subíndice indexa a los N individuos de esta comunidad. Nótese que esta acepción es diferente a la usada coloquialmente, que asocia *distribución* a *reparto*, y por ende, está vinculada al concepto de desigualdad. En contraste con ese uso coloquial, la literatura distributiva utiliza una acepción más amplia del término *distribución del ingreso* para hacer referencia a la lista completa de ingresos en una comunidad y no a alguna medida de disparidad de esos valores entre las personas.

¿Qué nos interesa de ese vector de valores de x al que llamamos distribución de x? Por un lado, nos preocupa el número y las características de aquellas personas que no alcanzan un cierto nivel de x considerado mínimo bajo algún criterio. Estas cuestiones están asociadas a uno de los temas centrales del libro: la pobreza. Por otro lado, nos interesa conocer las discrepancias en los niveles de x entre las personas. Este es un tema relacionado con el otro objetivo central del libro: la desigualdad.

La pobreza y la desigualdad son, entonces, dos *características* de la distribución del ingreso asociadas a la cantidad y ubicación de las observaciones debajo de un umbral, y

[1] Si el lector se siente incómodo con esta secuencia, puede estudiar primero el capítulo 3 para profundizar en temas conceptuales y prácticos sobre las variables de interés y luego volver a este capítulo.

a su nivel de dispersión, respectivamente.[2] Otras características de la distribución como la media o la mediana, que han ocupado tradicionalmente el centro de atención en economía, tienen una relevancia menor en los estudios distributivos.

Vamos a destinar este capítulo a presentar un conjunto de herramientas gráficas y analíticas útiles para estudiar distribuciones, ejemplificándolas con casos concretos en varios países de América Latina. Una vez que desarrollemos el instrumental básico para presentar y estudiar distribuciones, será más sencillo analizar alguna de sus características, como la pobreza y la desigualdad, tarea que diferimos hasta el capítulo 4.

El análisis distributivo se complica (y se hace más interesante) cuando reconocemos que típicamente el investigador no puede observar toda la realidad, sino muestras imperfectas de ella. A partir de información parcial, un analista debe inferir resultados generalizables a toda la población. Esta consideración requiere detenerse en el análisis inferencial e introducir herramientas para estimar la significatividad estadística de los resultados, tareas que también abordamos en este capítulo.

El resto del capítulo está ordenado de la siguiente forma. La sección 2.2 presenta un conjunto de medidas resumen de la distribución y propone un primer examen de los microdatos de las encuestas de hogares latinoamericanas. La sección 2.3 introduce un conjunto de instrumentos gráficos que permiten ilustrar una distribución. La sección 2.4 extiende el análisis a funciones continuas que permiten un tratamiento más flexible y elegante. En la sección 2.5 se delinea el marco analítico general para el análisis inferencial necesario para desarrollar, en la sección 2.6, la idea de significatividad estadística de las mediciones distributivas. Finalmente, la sección 2.7 discute la aproximación de las distribuciones reales mediante formas paramétricas.

Como en el resto de los capítulos que componen el libro, este incluye un apéndice con explicaciones prácticas de cómo implementar en Stata los instrumentos y resultados presentados en el texto.

2.2. Medidas resumen

Una manera posible de presentar una distribución es a través de medidas resumen. Estas medidas sintetizan toda la distribución en uno o pocos valores, que representan alguna característica de la distribución subyacente. El proceso de resumir el vector de ingresos implica perder información para ganar en simplicidad analítica y comunicacional, y para permitir focalizar el análisis en alguna característica distributiva particular.

Comencemos el análisis con un ejemplo simple de una comunidad hipotética compuesta por 20 personas. La distribución empírica del ingreso de esta comunidad es un vector o lista que contiene los valores del ingreso de esas 20 personas. Supongamos que los

[2] Como veremos en el capítulo 4, hay visiones de la pobreza no necesariamente asociadas a la existencia de un umbral (pobreza relativa).

ingresos mensuales expresados en la moneda corriente del país (por comodidad, llamémosla *pesos*) ordenados de menor a mayor son:

{40, 65, 83, 101, 119, 137, 156, 176, 198, 223, 250, 279, 310, 350, 398, 456, 539, 651, 877, 1905}

Mientras que los primeros apartados de esta sección ilustran diversas medidas resumen en función de este ejemplo sencillo, en la sección 2.2.5 comenzamos a trabajar con microdatos de encuestas de hogares reales.

2.2.1. Tendencia central

Las medidas distributivas de uso más difundido en economía son las de tendencia central, siendo el promedio o la *media* el indicador más conocido. Analíticamente, la media aritmética de la distribución de x es

$$\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \tag{2.1}$$

donde i indexa a las personas y N es el número de personas en la población o muestra disponible.[3] En el ejemplo, la media es 365.7: si bien ese número no se corresponde exactamente con ningún valor de la distribución de los ingresos, se ubica en una posición intermedia o "central".

La *mediana* es otra medida de tendencia central. Si ordenamos a los valores de x de menor a mayor, como en el ejemplo, la mediana es aquel valor que deja por debajo (y por arriba) a la mitad de las observaciones. En nuestro ejemplo es fácil ver que, dado que tenemos un número par de observaciones, todas distintas, cualquier valor entre 223 y 250 satisface este criterio. En estos casos usualmente la mediana se calcula como el promedio simple entre estos dos valores (236.5).

Si bien la media es una medida más popular que la mediana, esta última tiene una propiedad interesante: es considerablemente más robusta ante la presencia de valores atípicos (*outliers*). Para ilustrar esta propiedad, consideremos una distribución con cinco individuos con ingresos {1, 2, 4, 6, 7}. En este caso la media y la mediana coinciden (4) y ambas están en el "centro" de la distribución. Ahora bien, supongamos que por un error de tipeo al cargar los datos el último valor es registrado como 67, en lugar de 7. Nótese que ante este error la media se cuadriplica a 16, mientras que la mediana se mantiene inalterada. Este caso simple ilustra la propiedad de robustez frente a valores atípicos que posee la mediana.

[3] Por ahora la distinción entre muestra y población no es importante. En la sección 2.5 de este capítulo esa distinción adquiere una relevancia fundamental.

2.2.2. Cuantiles y proporciones

Al trabajar con poblaciones con muchos individuos suele ser práctico ordenarlos de menor a mayor ingreso y dividirlos en grupos o segmentos contiguos iguales (con el mismo número de observaciones, dentro de lo posible). Por ejemplo, si dividimos a la población en diez grupos obtenemos *deciles*. El decil 1 de la distribución del ingreso hace referencia al grupo de personas pertenecientes al 10% de la población de menores ingresos y el decil 10, al 10% más rico. En el ejemplo anterior el decil 1 está formado por las dos personas más pobres con ingresos 40 y 65. El ingreso promedio del decil inferior es 53, mientras que el ingreso promedio del decil superior es 1391. Los deciles surgen de dividir a la población en 10 segmentos contiguos iguales. Si, en cambio, la dividimos en 5 grupos obtenemos *quintiles*, si lo hacemos en 20 *ventiles* y en 100 *percentiles* o *centiles*. La denominación general de estos grupos es *cuantiles*.

Los términos introducidos en el párrafo anterior también son habitualmente usados para referirse a observaciones particulares y no a grupos de observaciones, lo cual puede generar confusiones. En esta acepción el q-ésimo cuantil de la distribución de los ingresos es un valor que deja por debajo una proporción q de las observaciones, al ordenarlas de forma ascendente. En esta definición alternativa el decil 1 es el valor que deja por debajo al 10% de los ingresos y por arriba al 90%. El segundo decil se define en forma similar, dejando por debajo al 20% de los ingresos, y así sucesivamente hasta el noveno decil. Naturalmente, la mediana coincide con el quinto decil. En nuestro ejemplo hipotético el primer decil es cualquier valor entre 65 y 83, y el noveno decil cualquier valor entre 651 y 877.

De estas dos acepciones, la más usada en la literatura distributiva es la primera, donde *cuantil* hace referencia a un grupo de observaciones. Salvo cuando se indique lo contrario, esa será la alternativa utilizada en este libro.

Una característica de la distribución, que usaremos extensamente en los capítulos siguientes, es la proporción de observaciones cuyos ingresos son inferiores a algún valor arbitrario x_m. Formalmente,

$$M = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} 1(x_i < x_m) \tag{2.2}$$

donde 1(.) es una función *indicadora* que toma el valor 1 si la expresión entre paréntesis es verdadera y el valor 0 si es falsa. En la ecuación (2.2) la función indicadora vale 1 si el ingreso de la persona i (x_i) es inferior al umbral x_m.

El indicador de pobreza más usado en la práctica y en gran parte de la literatura académica empírica −la tasa de incidencia− es simplemente la proporción de la población con ingresos inferiores a un umbral mínimo, conocido como línea de la pobreza, y en consecuencia se corresponde analíticamente con la ecuación (2.2).[4]

[4] La tasa de incidencia de la pobreza, o *headcount ratio*, es extensamente discutida en el capítulo 4, junto con otras medidas más sofisticadas de privaciones materiales.

Supongamos, siguiendo con el ejemplo anterior, que se identifica como pobres a todas aquellas personas con un ingreso inferior a 180 pesos. Es fácil calcular que, de acuerdo con este criterio, hay 8 personas pobres, de modo que la proporción de pobres es 0.4 (o 40%).

Otra característica distributiva que se usará extensamente es la participación (o *share*) de un individuo o grupo en el ingreso total de la población. Analíticamente, la participación del grupo J es

$$s_J = \frac{\sum_{i \in J} x_i}{\sum_{i=1}^{N} x_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i 1[i \in J]}{N.\mu} \tag{2.3}$$

En nuestro ejemplo, el *share* del quintil superior en el ingreso total es 54.3%. Como veremos en el capítulo 6, la participación de algún cuantil extremo en el ingreso total es a menudo utilizada como medida de desigualdad.

2.2.3. Dispersión

Las medidas de dispersión buscan resumir en un valor el grado de separación entre los valores de la distribución. El *rango de variación* −la diferencia entre el valor máximo y el mínimo− es una de esas medidas. Una versión menos extrema es el *rango intercuartílico*, es decir, la diferencia entre el tercer y el primer cuartil, definidos como aquellos valores que, al ordenar a la población de forma ascendente según el ingreso, dejan por debajo al 75% y al 25% de las observaciones, respectivamente. Otra medida de separación usual es el cociente (o *ratio*) entre cuantiles. Si definimos los cuantiles en términos de grupos de observaciones, el ratio de ingresos medios entre el decil 10 y el decil 1 es 26.5, y el ratio entre los quintiles extremos es 13.7.

La varianza (V) es quizás la medida de dispersión más popular. Este indicador se define formalmente como

$$V = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2 \tag{2.4}$$

La varianza mide cuán lejos están en promedio las observaciones con respecto al centro de la distribución μ. En nuestro ejemplo hipotético, V=168192.4. El desvío estándar σ, que es la raíz cuadrada positiva de la varianza, pone a esta en unidades de medida similares a las utilizadas para construir la media. El coeficiente de variación (CV) expresa el desvío estándar como proporción de la media

$$CV = \frac{\sqrt{V}}{\mu} = \frac{\sigma}{\mu} \tag{2.5}$$

En nuestro ejemplo hipotético el desvío estándar es 410.1 y el coeficiente de variación 1.12. Nótese que, a diferencia de la varianza, el valor del desvío pertenece al rango de las diferencias reales entre cualquier observación y la media. El coeficiente de variación en este ejemplo indica que el desvío estándar es un 12% superior a la media.

2.2.4. Asimetría

Intuitivamente, una distribución es simétrica en un punto *x* si la frecuencia de observaciones es idéntica a ambos lados de *x*. En la práctica es relevante considerar el caso de distribuciones simétricas con respecto a alguna noción de tendencia central, como la media. Una forma simple de medir asimetría respecto de la media es el coeficiente de asimetría de Fisher, definido formalmente en la ecuación 2.6.[5]

(2.6)
$$A = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^3}{\sigma^3}$$

Para entender la naturaleza de la asimetría, es interesante explorar esta fórmula con cuidado. Consideremos el numerador, ya que el denominador es siempre positivo y cumple solo un papel de normalización. El numerador de (2.6) busca medir la magnitud de las desviaciones con respecto a la media (x_i-μ), comparando aquellas que ocurren a la derecha y a la izquierda. Nótese que, si eleváramos la sumatoria de esas diferencias a la potencia 1, el resultado sería siempre cero, mientras que si lo hiciéramos a la potencia 2, siempre sería positivo. En cambio, al elevar a la potencia 3 (al cubo), la sumatoria puede ser positiva o negativa según la magnitud de las diferencias entre x_i y μ entre aquellos con mayor y menor ingreso que el valor promedio.

Nótese que si los ingresos fuesen simétricos en la media, la sumatoria del numerador de (2.6) debería dar cero, ya que los sumandos positivos (ingresos por arriba de la media) se cancelan con los negativos (ingresos por debajo de la media). En las distribuciones reales los ingresos de los ricos se encuentran muy por encima de la media, que se encuentra relativamente más cerca de los ingresos de los más pobres. Como las brechas relativas a la media son elevadas al cubo, los valores altamente positivos (la distancia de los ricos a la media) más que compensan los pequeños valores negativos (la distancia de los pobres a la media), produciendo un valor de *A* positivo. En este caso se dice que la distribución es *asimétrica positiva* o asimétrica a la derecha. Todas las distribuciones del ingreso del mundo son asimétricas a la derecha, un fenómeno que documentaremos y analizaremos a lo largo del libro.

En general, tiende a pensarse que, para distribuciones con asimetría positiva, la mediana está por debajo de la media. La intuición se deriva del análisis del párrafo anterior: los relativamente pocos valores muy altos tienen un efecto fuerte en la media y relativamente débil sobre la mediana, ya que esta última es más resistente a valores

[5] El coeficiente de Fisher es el tercer momento estándar. Otros indicadores de asimetría conocidos son el de Pearson y el de Bowley.

extremos. En la práctica, el hecho de que la media de los ingresos sea superior a la mediana es tomado como un síntoma natural de asimetría.[6]

2.2.5. Un ejemplo: la distribución del ingreso en Brasil

Manos a la obra: trabajemos sobre una encuesta de hogares latinoamericana real; específicamente sobre la PNAD, la encuesta de hogares anual de Brasil, para el año 2007.[7] Esta encuesta tiene información de ingresos de 124794 hogares que reúnen a 394560 personas (cuadro 2.1). Esos individuos representan a cerca de 190 millones de brasileños que viven en una de las cinco grandes regiones geográficas en las que es posible dividir ese país: Norte, Nordeste, Sudeste, Sur y Centro-Oeste. Asumamos, por ahora, que la encuesta es una muestra perfectamente representativa de la población de Brasil.

Del cuadro 2.1 surge que el ingreso promedio per cápita mensual en Brasil es 574.3 reales (la moneda oficial en Brasil desde el año 1994). En este libro nos interesa ir más allá de los promedios y analizar toda la distribución del ingreso. Si las personas entrevistadas en la PNAD fueran toda la población brasileña, la distribución del ingreso en ese país sería una larga lista de 394560 números. Aun en este caso simplificado, trabajar con esa larga lista de números resulta impracticable, a menos que la logremos resumir de alguna forma. Comencemos por algunos estadísticos básicos como los del cuadro 2.1. Además de la media, se presentan los ingresos correspondientes a un conjunto de percentiles (definidos como observaciones, y no como grupos). En Brasil en 2007, el 10% de la población tenía ingresos per cápita mensuales inferiores a 84 reales. La mitad de la población tenía un ingreso inferior a 330 reales: esa es la mediana de la distribución. Solo el 1% de los brasileños representados en esta encuesta tenían en 2007 un ingreso per cápita igual o superior a 4400 reales mensuales. El rango intercuartílico es 621.5–165=456.5: el 50% central de las observaciones se encuentran agrupadas en un intervalo de esa magnitud.

---

[6] Este resultado debe ser interpretado con cautela, ya que formalmente no es posible mostrar que la asimetría positiva induzca necesariamente un orden para la media y la mediana.

[7] El lector puede repetir el ejercicio con cualquiera de las bases de datos correspondientes a encuestas de hogares de los países de América Latina, disponibles en el sitio *web* del libro. Los comandos de Stata que generan los resultados siguientes están explicados con detalle al final del capítulo.

Cuadro 2.1
Resumen de la variable ingreso per cápita familiar
Brasil, 2007

		Regiones				
	Brasil	Norte	Nordeste	Sudeste	Sur	Centro-Oeste
Observaciones						
Hogares	124,794	15,619	38,156	37,197	19,826	13,996
Individuos	394,560	54,279	126,263	113,201	58,027	42,790
Estadísticas de la distribución del ingreso per cápita familiar						
Media	574.3	391.0	344.7	693.7	710.7	685.5
Percentiles						
1%	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5%	44.0	27.5	23.8	81.3	94.6	77.0
10%	84.0	66.0	46.0	126.7	139.3	115.0
25%	165.0	125.1	100.3	225.7	253.0	200.0
50% (mediana)	330.0	224.4	192.3	418.0	450.0	361.7
75%	621.5	425.0	373.2	757.2	788.3	666.7
90%	1,200.0	815.4	665.4	1,433.7	1,430.0	1,422.7
95%	1,870.0	1,223.8	1,085.3	2,200.0	2,163.3	2,350.0
99%	4,400.0	2,757.9	2,909.7	4,895.0	4,669.5	5,720.0
Mínimo	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Máximo	66,000	49,592	30,120	66,000	45,650	55,000
Coeficiente de variación	1.7	1.9	1.9	1.5	1.5	1.8
Coef. de asimetría - Fisher	11.3	27.2	12.5	10.1	10.4	9.5
Participaciones de deciles						
Decil 1	0.7	0.7	0.6	1.0	1.1	0.9
Decil 2	2.0	2.2	1.9	2.3	2.5	2.1
Decil 3	2.9	3.2	2.9	3.3	3.6	2.9
Decil 4	3.9	4.1	3.8	4.3	4.7	3.7
Decil 5	5.1	5.2	4.9	5.5	5.8	4.6
Decil 6	6.5	6.5	6.3	6.6	7.0	5.9
Decil 7	8.2	8.4	8.0	8.4	8.6	7.4
Decil 8	10.9	11.0	10.8	11.0	11.1	9.9
Decil 9	16.1	16.0	15.1	16.1	15.8	15.4
Decil 10	43.9	42.6	45.6	41.5	39.8	47.3
Total	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la PNAD.

El cuadro indica también que el mínimo ingreso declarado es cero. De hecho, más del 1% de los encuestados en la PNAD declaran un ingreso mensual nulo. Por otro lado, el máximo ingreso declarado en la encuesta es 66000. De acuerdo con los datos de la PNAD 2007, el ingreso medio en las regiones Norte y Nordeste es considerablemente menor al ingreso en las regiones Sur y Sudeste, mientras que la distribución del ingreso en las primeras dos regiones es más dispersa, de acuerdo con el coeficiente de variación.[8]

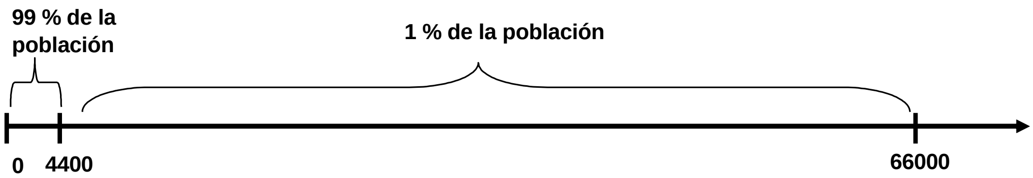
Es interesante notar que en todas las regiones, y en el agregado, la mediana del ingreso es claramente inferior a la media, lo cual es un signo de asimetría positiva de las

[8] El capítulo 6 discute el concepto de desigualdad, las bondades y defectos del coeficiente de variación como índice de desigualdad y otros indicadores alternativos.

distribuciones. De hecho, los coeficientes de asimetría resultan en todos los casos positivos y grandes. La inspección de los valores de los percentiles también revela la asimetría de la distribución. En el intervalo de ingresos que va de 0 a 330 están la mitad de las personas encuestadas. Si la distribución fuera simétrica, la mitad restante debería tener ingresos en el intervalo de 330 a 660. Según se desprende del cuadro 2.1, la realidad es muy diferente: el 20% más rico de la población brasileña tiene ingresos muy por encima de ese intervalo.

Nótese la larga "cola" de la distribución. Mientras que el 99% de las personas encuestadas en la PNAD 2007 reportan ingresos en el intervalo [0, 4400], el restante 1% superior reporta ingresos entre 4400 y 66000. El intervalo de ingresos del 1% más rico es 14 veces más grande que el intervalo donde se ubica el 99% restante de la población. La figura 2.1 ilustra estas diferencias. Esta larga cola superior no es una característica propia de la encuesta escogida en el ejemplo. De hecho, se trata de una característica de la mayoría de (quizás todas) las distribuciones del ingreso del mundo: un pequeño número de personas tienen ingresos muy altos respecto del resto de la población, y reúnen una alta proporción del ingreso total.[9]

Figura 2.1
Ubicación de la población en la línea de ingreso per cápita familiar
Brasil, 2007



Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la PNAD.

El último panel del cuadro muestra los *shares* o participaciones de cada decil (interpretado como grupo de 10% de observaciones) en el ingreso total. El primer decil −el de menores ingresos− reúne apenas el 0.7% del ingreso total en Brasil. En el otro extremo, el 10% más rico de los brasileños tienen ingresos que representan el 43.9% del total. En virtud de estos *shares*, que examinaremos con más cuidado en el capítulo 6, la distribución del Sur de Brasil parece menos desigual que la del Noreste.

Un último ejercicio sencillo con la encuesta de Brasil. Supongamos que se fija la línea de pobreza en 130 reales mensuales.[10] Con esa línea, es posible deducir del cuadro 2.1 que la tasa de pobreza en Brasil (el porcentaje de personas con ingreso inferior a la

---

[9] En la realidad, la cola superior es de hecho más larga que la ilustrada en la figura 2.1, dada la incapacidad de las encuestas de hogares (en Brasil y el resto del mundo) en captar a los grandes millonarios. El máximo ingreso en Brasil, en 2007, reportado en la encuesta (66000 reales) representaba unos 35000 dólares mensuales, un valor extraordinariamente alto comparado con el del resto de la población, pero seguramente inferior al de los grandes millonarios de ese país. El capítulo 3 y el Apéndice III tratan este punto.

[10] Esta, de hecho, es la línea internacional de USD 2.5 por día por persona a paridad de poder adquisitivo para Brasil 2007, que trataremos en el capítulo 4.

línea) es superior al 10% e inferior al 25%. El porcentaje exacto es 18.2%. La pobreza así medida es 26.3% en la región Norte, 34.1% en la Nordeste, 10.4% en la Sudeste, 8.9% en la Sur y 12.3% en el Centro-Oeste.

El ejemplo nos ha permitido acercarnos a la distribución del ingreso real en un país concreto. Sin embargo, antes de entusiasmarnos con los números, es importante tratar algunas cuestiones conceptuales y aprender algunos instrumentos para graficar, resumir y comparar distribuciones y sus características. El resto de este capítulo trata esos temas.

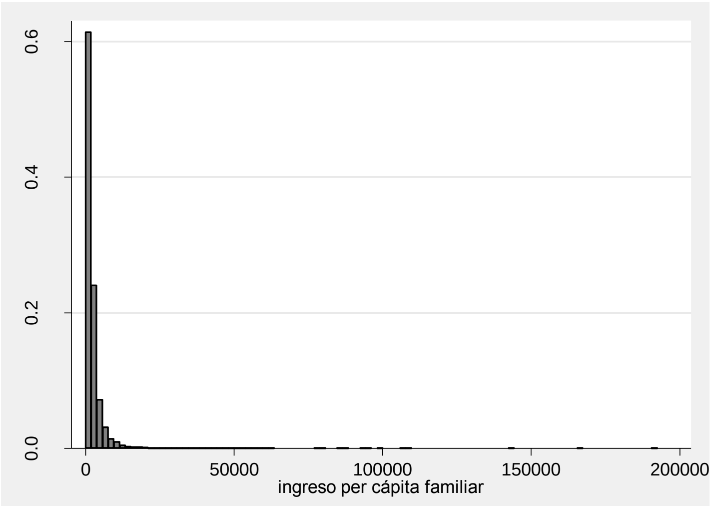
2.3. Gráficos

Las representaciones gráficas proporcionan una forma alternativa de ilustrar una distribución. Un gráfico es un modelo de la realidad en el que se presenta la información de una forma que nos resulta más fácil de aprehender que inspeccionando un largo vector de números. Adicionalmente, tienen la ventaja de representar un volumen de información mayor que las medidas resumen discutidas en la sección anterior y en consecuencia permiten visualizar conjuntamente varias características de una distribución.

2.3.1. Histograma

Una de las maneras más simples de representar una distribución es a través de un histograma. Para construirlo es necesario (i) dividir el rango de variabilidad de los ingresos (o *soporte*) en intervalos contiguos, preferentemente iguales, y (ii) graficar sobre el eje vertical la proporción de observaciones que caen dentro de cada intervalo (frecuencia relativa). Consecuentemente, las áreas de las barras que conforman el histograma suman 1. La figura 2.2 muestra el histograma de la distribución del ingreso per cápita familiar en México 2006, con 100 intervalos.

Figura 2.2
Histograma del ingreso per cápita familiar
México, 2006

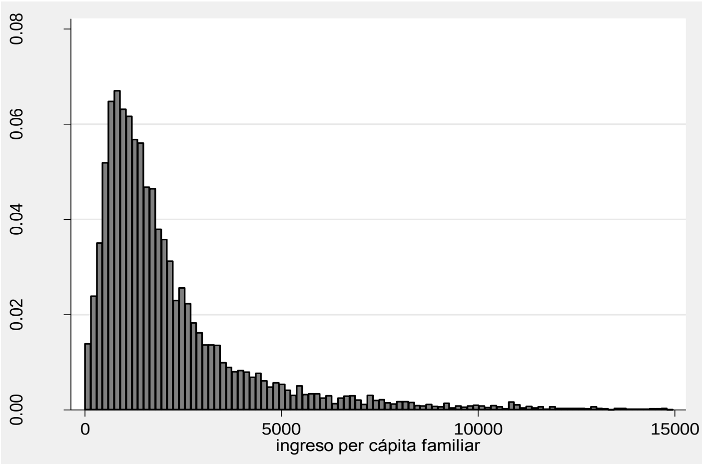


Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la ENIGH.
Nota: 100 intervalos.

Como medida ilustrativa, el resultado es algo frustrante. El ingreso máximo reportado en la encuesta de hogares de México en 2006 es casi 200000 pesos mexicanos mensuales, por lo que el eje horizontal debe llegar hasta ese valor. Al dividir el soporte de la distribución en 100 intervalos, el primero abarca de 0 a 2000, pero resulta que en México 2006 ¡más del 60% de la población tiene ingresos en ese intervalo! Como consecuencia, el histograma muestra una barra alta en el primer segmento, barras mucho más bajas en los cinco siguientes y luego barras imperceptibles. La larga "cola" derecha de la distribución en México vuelve al histograma poco útil en términos visuales.

Una posibilidad para aliviar este problema es restringir el soporte. Repitamos el histograma para ingresos inferiores a 15000, lo cual deja afuera al 1% más rico de los mexicanos captados en la encuesta. En este caso el histograma se vuelve más claro (figura 2.3). Nótese que pese al truncamiento de ingresos superiores, la forma de la distribución es claramente asimétrica, inclinada a la derecha y con una cola superior larga.

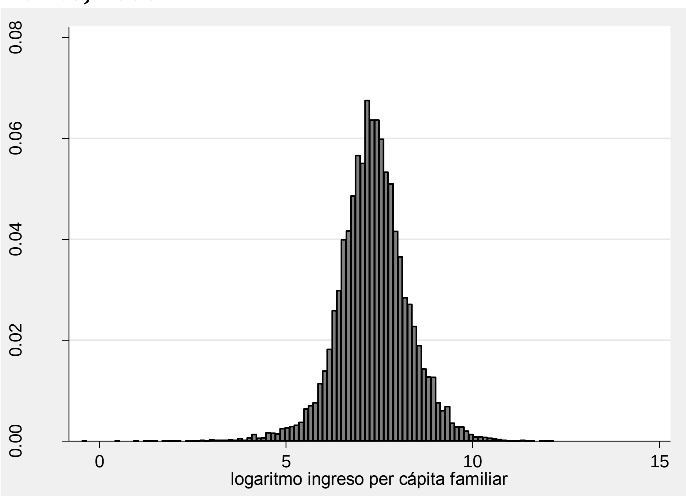
Figura 2.3
Histograma del ingreso per cápita familiar
México, 2006



Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la ENIGH.
Nota 1: Ingresos restringidos a valores inferiores a 15000.
Nota 2: 100 intervalos.

Una práctica usual en el análisis distributivo es comprimir la escala de medición de los ingresos mediante alguna transformación que no altere el ordenamiento, típicamente la logarítmica. La figura 2.4 reproduce el histograma del logaritmo del ingreso per cápita familiar en México. Al comprimir la escala todas las observaciones pueden ser incluidas en el gráfico, sin que este se degenere.[11] Una posible desventaja es que, al aplicar la transformación logarítmica, la asimetría positiva de la distribución ya no se visualiza en el gráfico.

Figura 2.4
Histograma del logaritmo del ingreso per cápita familiar
México, 2006

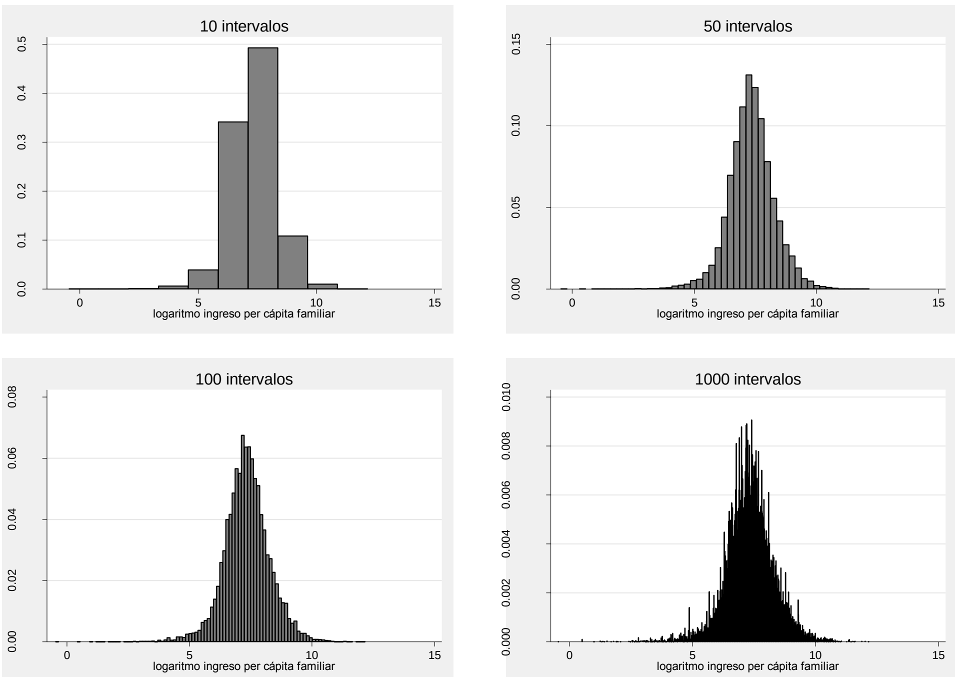


Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la ENIGH.
Nota: 100 intervalos.

[11] Al tratarse de una escala logarítmica, el valor 5 en el eje horizontal corresponde a $148.4, mientras que el 10 corresponde a $22026.5.

La construcción de histogramas implica definir de antemano la cantidad de intervalos, o alternativamente el ancho de cada uno. La siguiente figura ilustra las complicaciones asociadas a esta elección. La misma presenta cuatro versiones del gráfico para un número variable de intervalos. Nótese que un intervalo excesivamente grande (es decir, un número pequeño de barras) provoca pocos saltos en el histograma, pero tiende a diferir notoriamente con respecto a la distribución verdadera, al agrupar en una misma barra a observaciones con valores muy diferentes. En el otro extremo, una elección de intervalos muy pequeños representa mejor a los verdaderos datos, pero al costo de un gráfico con muchos saltos. Se trata del *trade-off* entre precisión y volatilidad: cuanto menor es el intervalo, más precisa es la representación de los datos, pero a la vez menos útil, dado que se reproduce toda la variabilidad de la información original y la representación se vuelve confusa. El histograma se parece cada vez más a la distribución real, pero cumple cada vez menos con su función simplificadora.

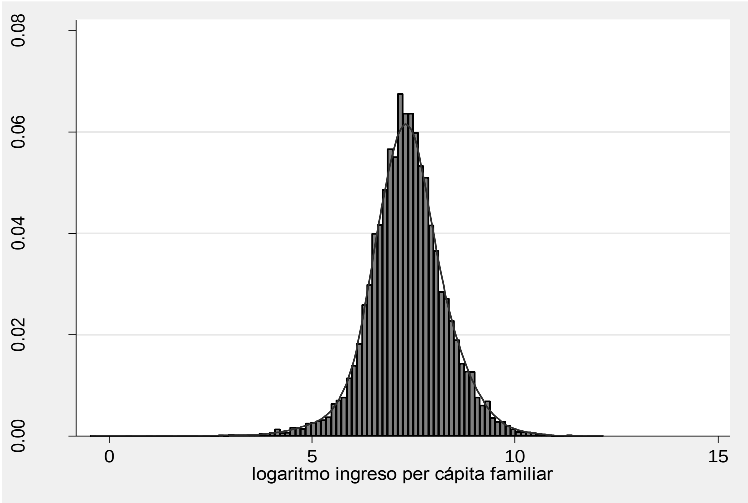
Figura 2.5
Histograma del logaritmo del ingreso per cápita familiar
México, 2006



Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la ENIGH.

La figura 2.6 muestra, además del histograma, una versión "suavizada" del mismo en línea continua. Técnicamente, estos "histogramas suavizados" son estimaciones no paramétricas por el método de *kernels* de la función de densidad, en este caso del logaritmo del ingreso per cápita familiar. En la próxima sección presentaremos a las funciones de densidad y los métodos no paramétricos para estimarlas.

Figura 2.6
Histograma del logaritmo del ingreso per cápita familiar
y estimación de la función de densidad por *kernels*
México, 2006



Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la ENIGH.
Nota: 100 intervalos.

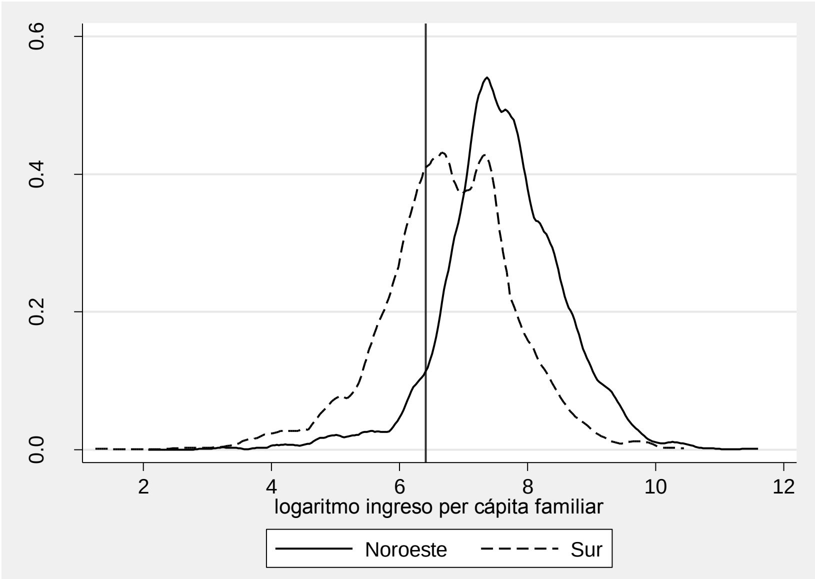
Una de las ventajas de estos “histogramas suavizados” es facilitar las comparaciones, ya que resulta incómodo superponer dos histogramas reales. La figura 2.7 ilustra los “histogramas suavizados” de la distribución del ingreso per cápita familiar (en logaritmos) en dos regiones de México: el Noroeste y el Sur. Las dos distribuciones son claramente diferentes. La distribución del Sur está desplazada a la izquierda, lo que sugiere que en general los individuos de esa región tienen menores ingresos que en el Noroeste. De hecho, el ingreso per cápita promedio en el Sur es menos de la mitad que en el Noroeste.

La línea vertical del gráfico marca la línea de pobreza internacional de USD 2.5 por día por persona para México (en logaritmos). Si recordamos que un histograma presenta frecuencias relativas, es intuitivamente claro que a la izquierda de la línea de pobreza hay más individuos, en proporción a la población de cada región, en el Sur que en el Noroeste.[12]

---

[12] La proporción de personas por debajo de la línea de USD 2.5 resulta ser 34.5% en el Sur y 9.3% en el Noroeste.

Figura 2.7
Estimaciones por *kernels* de las funciones de densidad del logaritmo del ingreso per cápita familiar Regiones Noroeste y Sur de México, 2006

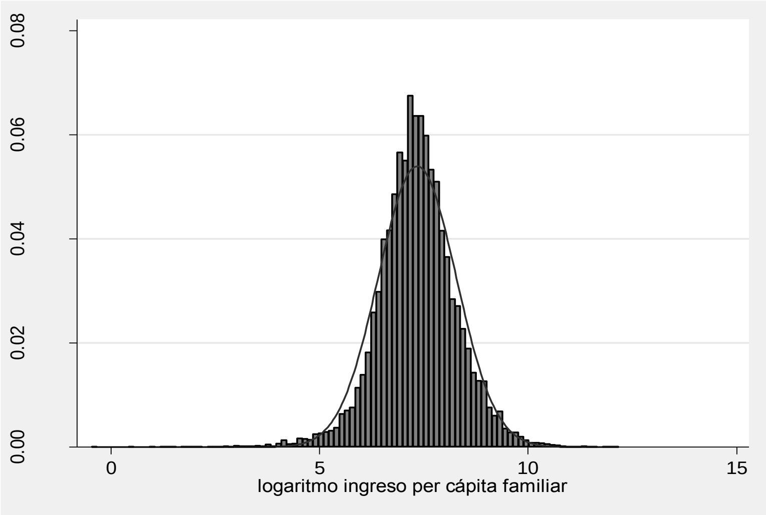


Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la ENIGH.
Nota: La línea vertical marca la línea de pobreza internacional de USD 2.5 por día por persona para México (en logaritmos).

El histograma suavizado del Sur está más "aplanado" que el del Noroeste, lo que es señal de mayor dispersión. En el Noroeste la mayor parte de las observaciones se concentran en un rango más estrecho de ingresos, lo que sugiere una menor dispersión en los datos, que va asociada a una menor desigualdad. Vamos a dedicar una gran parte de este libro a definir y medir pobreza y desigualdad, pero intuitivamente podemos inferir a partir de la figura 2.7 que el Sur de México es una región con más pobreza y más desigual que el Noroeste.

Algunos lectores habrán notado que los histogramas del logaritmo del ingreso se parecen al que resulta de una distribución normal (o Gaussiana). En la figura 2.8 repetimos el histograma resultante de tomar 100 intervalos, junto al gráfico de una distribución normal con media y varianza idénticas a las de los datos reales. La función normal se asemeja al histograma, pero no es igual. ¿Es posible asumir que el logaritmo del ingreso se ajusta a una distribución normal? Volveremos sobre este punto en la sección 2.7 de este capítulo.

Figura 2.8
Histograma del logaritmo del ingreso per cápita familiar
y distribución normal
México, 2006

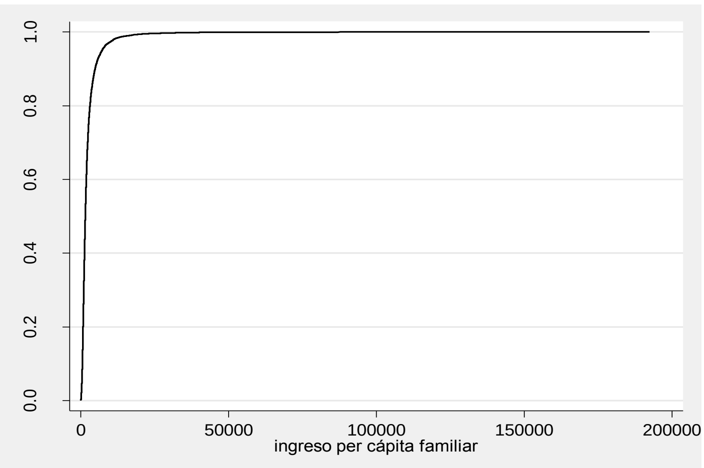


Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la ENIGH.
Nota: 100 intervalos.

2.3.2. Función de distribución

Una manera alternativa de graficar una distribución es a través de su función de distribución acumulada (FDA), usualmente llamada simplemente función de distribución. La FDA grafica la proporción de personas con ingresos menores a cada valor del soporte de la distribución marcado en el eje horizontal. La FDA comienza en el origen de coordenadas. En el otro extremo, para todo valor mayor al ingreso más alto de la muestra la FDA es 1. La figura 2.9 muestra la FDA de México 2006.

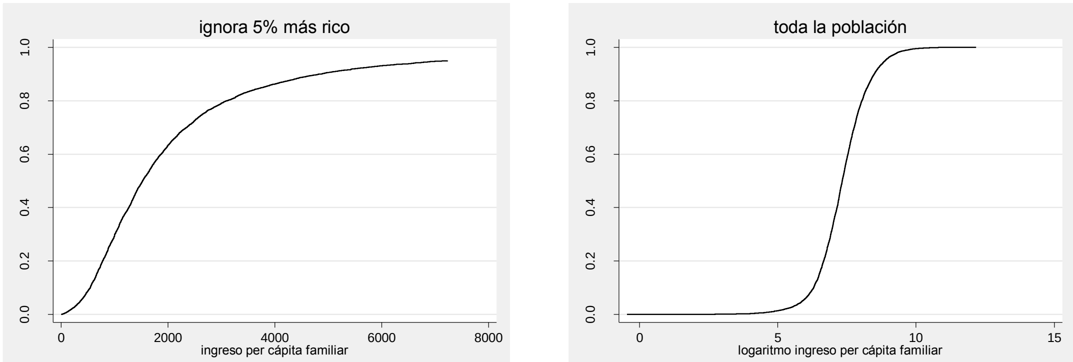
Figura 2.9
Función de distribución del ingreso per cápita familiar
México, 2006



Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la ENIGH.

Nuevamente, la cola superior larga de la distribución vuelve al gráfico poco útil. Para aliviar este problema las alternativas son o bien truncar los valores superiores del ingreso, o trabajar en logaritmos. La figura 2.10 muestra ambas alternativas.

Figura 2.10
Función de distribución del ingreso per cápita familiar
México, 2006



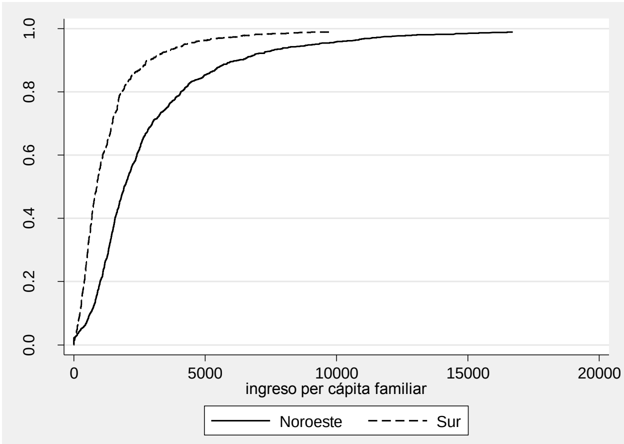
Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la ENIGH.

La FDA es una función no decreciente en los ingresos, con saltos en cada punto donde observamos ingresos. De cualquier forma, dado el gran número de observaciones en una encuesta de hogares típica, gráficamente la función de distribución parece ser suave.

Es fácil ubicar los cuantiles sobre la base de la FDA, marcando una proporción en el eje vertical e identificando el cuantil correspondiente en el horizontal. Por ejemplo, para ubicar la mediana debe marcarse el valor 0.5 en el eje vertical y leer el valor correspondiente implicado por la FDA en el eje horizontal (técnicamente, la preimagen de la FDA).

Las funciones de distribución son instrumentos muy útiles para evaluar pobreza. La figura 2.11 muestra las FDA del ingreso per cápita familiar en el Noroeste y el Sur de México. Nótese que la función de distribución del Sur está siempre por arriba de la del Noroeste. En la jerga estadística se dice que la FDA del Noroeste domina en sentido estocástico de primer orden a la FDA del Sur. Fijemos la línea de pobreza en cualquier valor arbitrario en el eje horizontal. Es sencillo ver que la proporción de personas con ingresos inferiores a ese nivel es siempre más grande en el Sur que en el Noroeste. El hecho que la FDA del Sur esté siempre por arriba garantiza que la tasa de pobreza es mayor en esa región, para cualquier línea de pobreza. Este es un resultado muy importante que examinaremos con más detalle en el capítulo 4.

Figura 2.11
Función de distribución del ingreso per cápita familiar
Noroeste y Sur de México, 2006

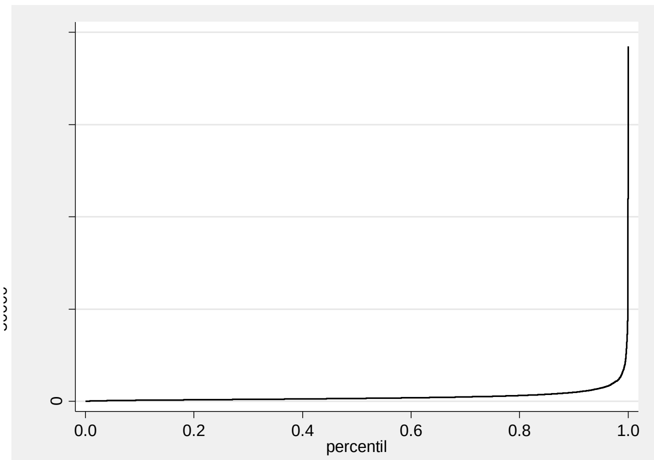


Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la ENIGH.

2.3.3. El desfile de los enanos y unos pocos gigantes

Pueden seguir leyendo; el título no pertenece a otro libro. El “desfile de los enanos y unos pocos gigantes” es el nombre de un gráfico propuesto por Pen (1973) para visualizar distribuciones. La motivación de Pen para esta ilustración es la siguiente. Supongamos que ordenamos a toda la población de acuerdo con sus ingresos de forma ascendente −del más pobre al más rico− y hacemos que la altura de cada persona coincida con su ingreso. Ahora nos subimos a un estrado y hacemos desfilar a la población así ordenada. ¿Qué forma se va gestando a medida que transcurre el desfile? La figura 2.12 muestra el desfile para el caso mexicano. Más concretamente, la curva de Pen muestra el ingreso correspondiente a cada cuantil de la distribución.

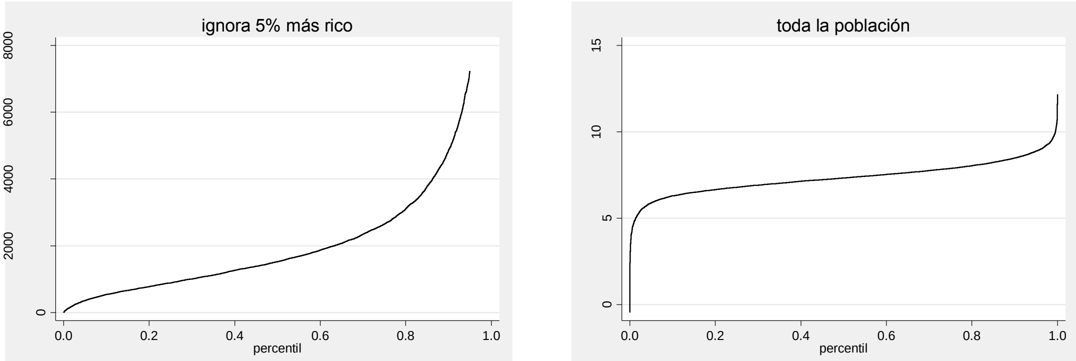
Figura 2.12
Gráfico de Pen
México, 2006



Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la ENIGH.

El gráfico se mantiene visualmente casi horizontal hasta los últimos percentiles donde crece enormemente: es un desfile de enanos y unos pocos gigantes. La forma de este gráfico es consecuencia, una vez más, de la cola superior larga de las distribuciones. La figura 2.13 se vuelve más legible al eliminar al 5% más rico de la población, o al trabajar con el ingreso en logaritmos.

Figura 2.13
Gráfico de Pen
México, 2006



Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la ENIGH.

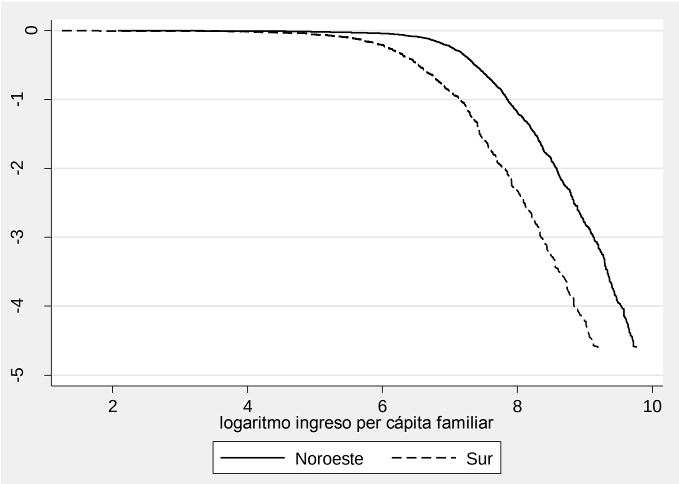
Nótese que, pese a lo interesante de la motivación, la curva de Pen no agrega información respecto de la FDA. De hecho, se trata de la propia FDA, pero graficada con los ejes invertidos.

2.3.4. El diagrama de Pareto

Este gráfico muestra para cada valor del ingreso x el porcentaje de la población que recibe ingresos superiores a ese valor x, en una escala doble logarítmica. El cambio de escala genera una suerte de *zoom* óptico sobre los estratos de mayores ingresos, permitiendo un examen más detallado de esa parte de la distribución.

La figura 2.14 presenta el diagrama de Pareto para el Noroeste y Sur de México. El eje horizontal muestra el ingreso en logaritmos, mientras que el eje vertical mide la proporción de personas con ingreso superior a x en logaritmos. El valor 0 en ese eje corresponde al total de la población ya que ln(1)=0, mientras que el -4, por ejemplo, a menos del 2% más rico de la población, ya que ln(0.0184)=-4. En el ejemplo la proporción de personas con ingresos mayores a un determinado valor en la cola superior del soporte de la distribución es siempre más alta en el Noroeste que en el Sur de México.

Figura 2.14
Diagrama de Pareto del ingreso per cápita familiar
Noroeste y Sur de México, 2006



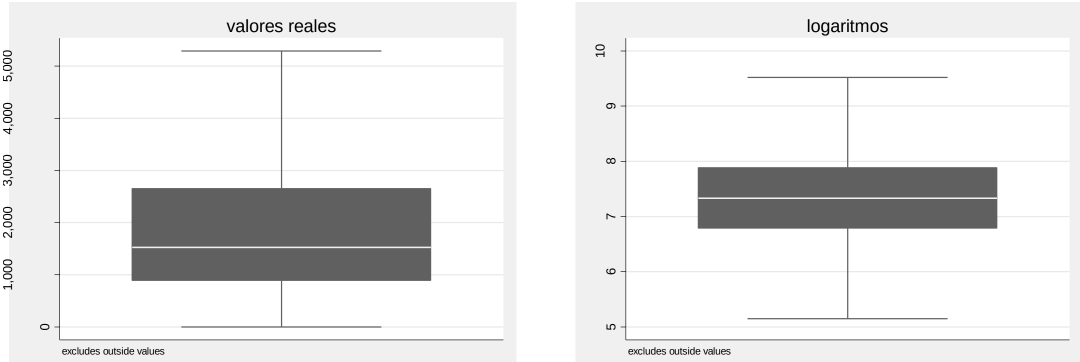
Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la ENIGH.
Nota: El eje horizontal muestra el ingreso en logaritmos, mientras que el eje vertical mide la proporción de personas con ingreso superior a *x* en logaritmos.

2.3.5. *Box-Plot*

Otro gráfico interesante para describir una distribución es el *box-plot* o diagrama de caja. El gráfico presenta una caja (*box*) cuyo lado inferior se corresponde con el primer cuartil y el superior con el tercer cuartil, de modo que la altura de la caja mide el rango intercuartílico. La línea horizontal dentro de la caja es la mediana. Del lado superior de la caja sale una línea vertical, cuyo extremo superior indica el valor máximo de la distribución. En forma análoga, la línea debajo de la caja tiene como punto extremo inferior al valor mínimo. El gráfico de *box-plot* suele construirse eliminando las observaciones extremas (*outliers*).[13] La figura 2.15 muestra el *box-plot* de la distribución del ingreso per cápita familiar de México 2006, tanto con los valores originales, como transformados en logaritmos.

[13] Algunas versiones de este tipo de gráfico reemplazan los extremos inferiores y superiores del diagrama por cuantiles extremos (por ejemplo, 0.05 y 0.95).

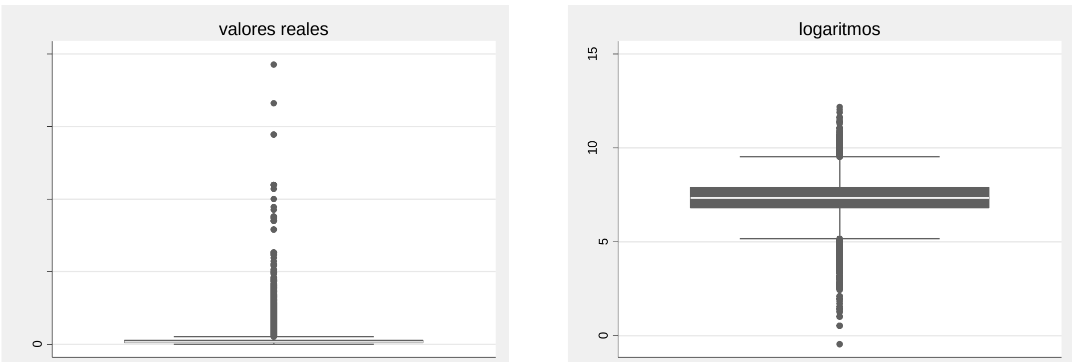
Figura 2.15
Box-plot
Distribución del ingreso per cápita familiar
México, 2006
Excluyendo valores extremos



Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la ENIGH.

La figura 2.16 incluye los valores extremos y los marca con puntos. Una vez más, el gráfico en valores reales se hace difícil de leer, a diferencia del gráfico en logaritmos.

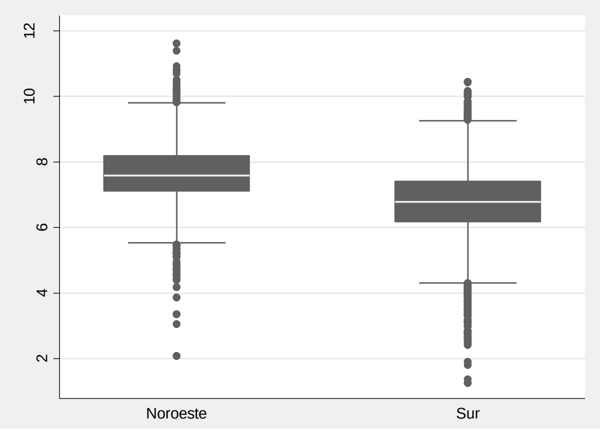
Figura 2.16
Box-plot
Distribución del ingreso per cápita familiar
México, 2006
Incluyendo valores extremos



Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la ENIGH.

El *box-plot* es una forma gráfica de resumir el rango de los ingresos, su tendencia central (medida por la mediana) y la dispersión, medida por el rango intercuartílico. De la figura 2.17 surge que en el Noroeste mexicano los ingresos son en general más altos y menos dispersos que en el Sur.

Figura 2.17
Box-plot
Distribución del logaritmo del ingreso per cápita familiar
Noroeste y Sur de México, 2006

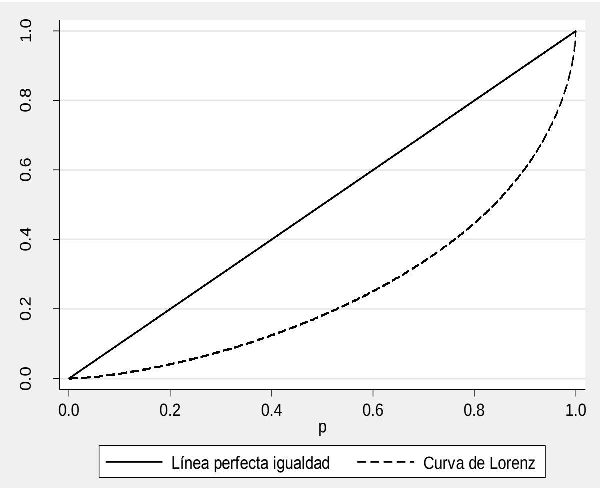


Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la ENIGH.

2.3.6. Curva de Lorenz

Esta curva, introducida por Lorenz (1905), es una de las formas gráficas más utilizadas para estudiar desigualdad. La curva se grafica en una caja de dimensiones 1x1, donde el eje horizontal indica la proporción p de personas de menores ingresos en la población. Por ejemplo, un valor p = 0.12 hace referencia al 12% más pobre de la población. La curva de Lorenz grafica en el eje vertical el porcentaje acumulado del ingreso correspondiente al p por ciento más pobre de la población. La figura 2.18 ilustra la curva de Lorenz para México 2006. El gráfico indica, por ejemplo, que el 40% de la población con menores ingresos reúne poco más del 10% del ingreso nacional total.

Figura 2.18
Curva de Lorenz
Distribución del ingreso per cápita familiar
México, 2006



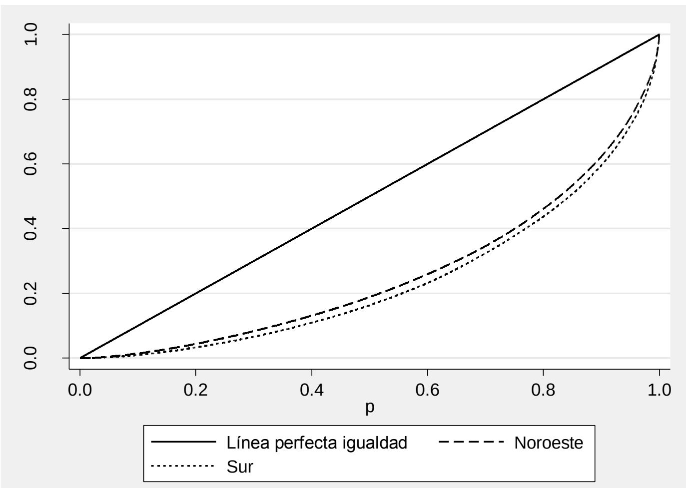
Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la ENIGH.
Nota: p=porcentaje acumulado de la población de menores ingresos; $L(p)$=curva de Lorenz.

Nótese que si todas las personas tuvieran exactamente el mismo ingreso, la curva de Lorenz coincidiría con la recta de 45º. Por esta razón, la diagonal de la caja recibe el nombre de *línea de perfecta igualdad* y proporciona una base útil para la comparación. En el otro extremo, si el ingreso fuera cero para toda la población, excepto para un individuo (que entonces sería quien concentra todo el ingreso), la curva de Lorenz coincidiría con los laterales inferior y derecho de la caja.

Es fácil observar las siguientes propiedades de la curva de Lorenz. Si se trata de magnitudes positivas (como el caso de los ingresos) la curva comienza en el punto (0,0), es no decreciente y termina en el punto (1,1). La curva de Lorenz es homogénea de grado cero en los ingresos, implicando que si todos los ingresos se duplican (o se multiplican por cualquier otro escalar positivo) la curva permanece inalterada. Finalmente, la curva de Lorenz no puede estar por arriba de la línea de perfecta igualdad ni, naturalmente, por debajo de la curva de completa desigualdad.

Es fácil intuir que cuanto más alejada de la línea de perfecta igualdad esté la curva de Lorenz, más desigual resultará la distribución. La figura 2.19 muestra la curva de Lorenz de dos regiones en México, sugiriendo una distribución del ingreso más desigual en el Sur que en el Noroeste. El capítulo 6 trata la relación entre las curvas de Lorenz y la desigualdad con más detalle.

Figura 2.19
Curva de Lorenz
Distribución del ingreso per cápita familiar
México, 2006

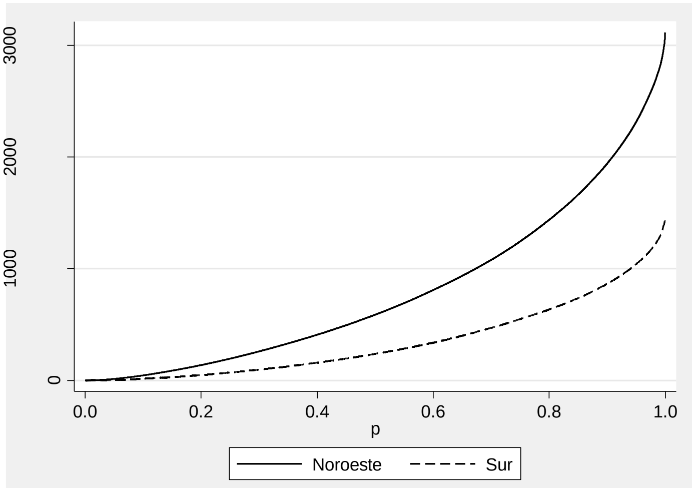


Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la ENIGH.
Nota: p=porcentaje acumulado de la población de menores ingresos;
$L(p)$=curva de Lorenz.

Curva generalizada de Lorenz

Esta generalización consiste en multiplicar la curva de Lorenz por la media de la distribución. Gráficamente se obtiene a través de una expansión μ veces de la curva de Lorenz. En consecuencia, la curva generalizada de Lorenz muestra el ingreso acumulado en el p% más pobre de la población, sobre el número de personas N. Esta curva parte del origen de coordenadas y llega hasta el punto (1, μ). Como veremos en los capítulos 6 y 7, mientras que la curva de Lorenz se emplea para estudiar desigualdad, la generalizada de Lorenz es muy útil para analizar bienestar agregado. La figura 2.20 muestra que la curva del Noroeste de México está por encima de la del Sur, denotando un nivel de bienestar superior.

Figura 2.20
Curva generalizada de Lorenz
Distribución del ingreso per cápita familiar
México, 2006

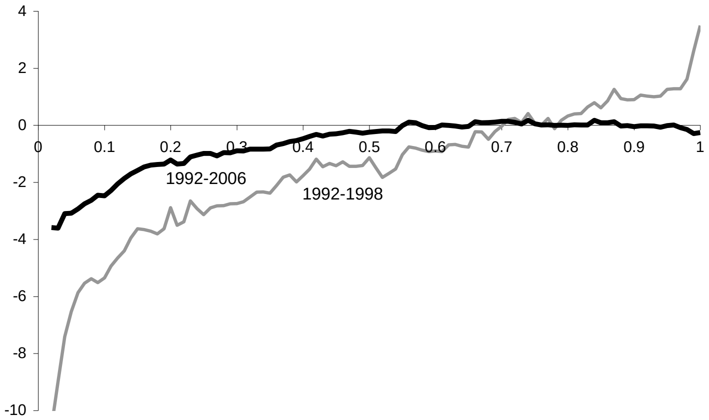


Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la ENIGH.
Nota: p=porcentaje acumulado de la población de menores ingresos; $GL(p)$=curva generalizada de Lorenz.

2.3.7. Distribuciones en movimiento

Las distribuciones van cambiando en el tiempo, lo cual introduce una nueva dimensión en el análisis ─la temporal─, volviéndolo a la vez más interesante y complicado. La dinámica distributiva será analizada en varios puntos del libro. En este apartado comenzamos por presentar algunos instrumentos gráficos. Uno de los más útiles y sencillos es la curva de incidencia del crecimiento (*growth-incidence curve*). Se trata simplemente de graficar en el eje vertical la tasa de crecimiento ─o alternativamente el cambio proporcional─ del ingreso real (es decir, a precios constantes) en un período de tiempo en cada uno de los cuantiles de la distribución.

Figura 2.21
Curvas de incidencia del crecimiento del ingreso per cápita familiar
Argentina, 1992-1998 y 1992-2006

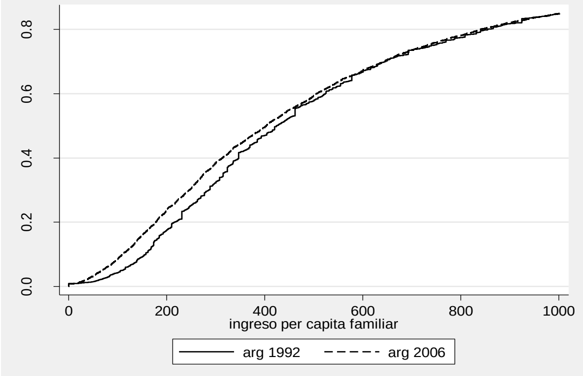


Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la EPH.
Nota: tasas de crecimiento anuales del ingreso per cápita familiar en términos reales para cada percentil de la distribución.

Dejemos el ejemplo de México y tomemos el caso de Argentina para ilustrar cambios distributivos. La figura 2.21 muestra que la curva de incidencia del crecimiento de ese país del Cono Sur para el período 1992-2006 está completamente por debajo del eje horizontal hasta el percentil 55 y luego casi coincide con ese eje. Es claro que de acuerdo con este gráfico la pobreza de ingresos absoluta aumentó en Argentina durante ese período (a menos que se fijen líneas de pobreza muy altas). Otra característica de las curvas de incidencia de la figura 2.21 es que son crecientes. Esta "pendiente" positiva implica caídas proporcionales del ingreso más grandes a medida que vamos descendiendo hacia estratos más pobres de la distribución. Es claro que la desigualdad de ingresos debe haber aumentado en Argentina, en particular entre 1992 y 1998.

Las tres figuras siguientes ilustran los cambios distributivos con gráficos conocidos. La 2.22 muestra la función de distribución y sugiere también caída de ingresos y aumento de la pobreza entre 1992 y 2006.

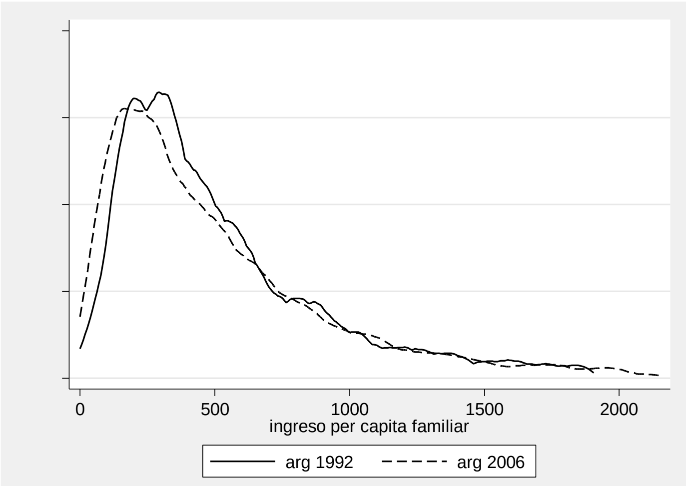
Figura 2.22
Funciones de distribución del ingreso per cápita familiar
Argentina, 1992 y 2006



Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la EPH.

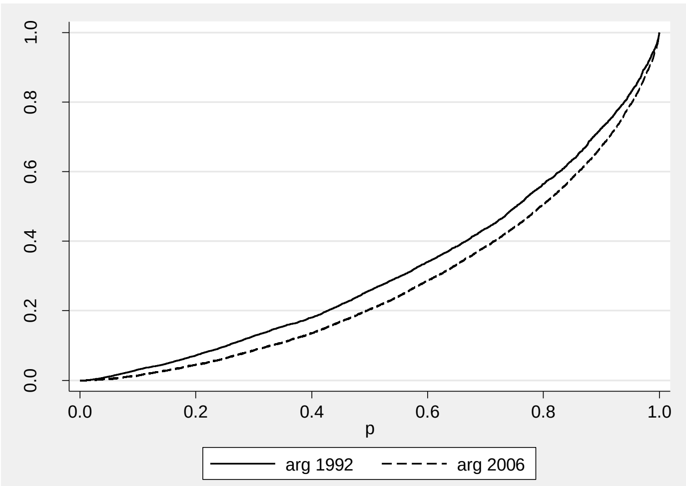
La figura 2.23 es clara al indicar el corrimiento horizontal hacia la izquierda de la función de densidad del ingreso, y por ende el aumento en la pobreza, mientras que las curvas de Lorenz de la figura 2.24 son sugerentes del aumento de la desigualdad.

Figura 2.23
Funciones de densidad del ingreso per cápita familiar
Argentina, 1992 y 2006



Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la EPH.

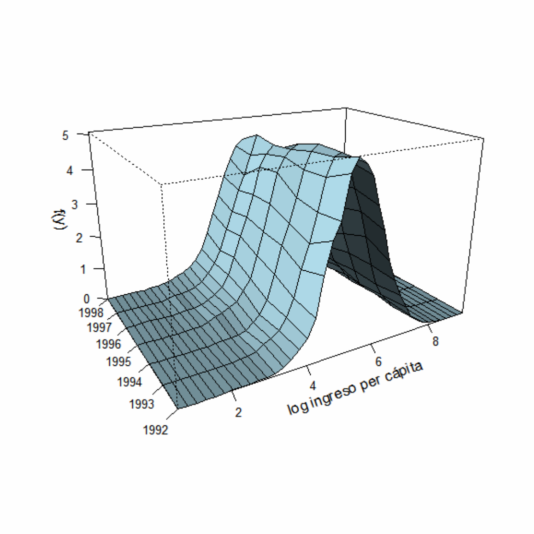
Figura 2.24
Curvas de Lorenz del ingreso per cápita familiar
Argentina, 1992 y 2006



Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la EPH.
Nota: *p*=porcentaje acumulado de la población de menores ingresos;
L(*p*)=curva de Lorenz.

Es posible presentar varias funciones de densidad en un gráfico de tres dimensiones, aunque su lectura no siempre es sencilla. La figura 2.25 muestra las densidades anuales de la distribución del ingreso per cápita familiar en Argentina entre 1992 y 1998, sugiriendo un progresivo aumento de la dispersión de ingresos.

Figura 2.25
Funciones de densidad del ingreso per cápita familiar
Argentina, 1992 a 1998



Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la EPH.
Nota: $f(y)$=función de densidad del ingreso per cápita familiar.

Las representaciones gráficas son útiles para visualizar una distribución, compararla con otras y evaluar sus cambios en el tiempo. Es altamente recomendable comenzar todo análisis distributivo desplegando un conjunto de ilustraciones como las presentadas en esta sección. En ocasiones, un gráfico es todo lo que necesitamos para acompañar un argumento. A menudo, sin embargo, pretendemos una evaluación más detallada de alguna característica de la distribución, o buscamos cuantificar diferencias con otras distribuciones o cambios temporales. Para estos casos es necesario ir más allá de una simple representación gráfica y trabajar una distribución en términos analíticos, para lo cual debemos pedir ayuda a las matemáticas. En el resto de este capítulo el enfoque analítico ocupa un lugar central. El lector no especializado puede saltear las secciones siguientes, aunque es recomendable que haga el esfuerzo ahora para aprovechar plenamente luego todo el material del resto del libro.

2.4. Funciones continuas

Aunque en la realidad los datos disponibles son discretos, a menudo es útil trabajar con las versiones analíticas continuas de las funciones y gráficos presentados en la sección anterior.

2.4.1. Funciones

La versión suave del histograma es la *función de densidad* $f(x)$. Para un valor infinitesimal dx, $f(x)dx$ es la proporción de individuos cuyos ingresos pertenecen al intervalo $[x, x+dx]$. Consideremos los niveles de ingresos x_1 y x_2. El hecho que $f(x_1)$ sea mayor que $f(x_2)$ indica que la probabilidad de encontrar ingresos en un intervalo pequeño alrededor de x_1 es mayor que alrededor de x_2, es decir, hay relativamente más personas con ingresos similares a x_1 que a x_2.

Dado que, en general, se consideran solo ingresos no negativos, la convención es trabajar en el soporte $[0, \infty)$. La función de densidad $f(x)$ de los ingresos tiene dos propiedades básicas:

(2.7) $$f(x) \geq 0\,; \qquad \int_0^\infty f(x)dx = 1$$

A partir de la función de densidad es posible definir algunas de las medidas resumen discutidas anteriormente. Por ejemplo, la media es:

(2.8) $$\mu = \int_0^\infty xf(x)dx$$

y la varianza:

(2.9) $$V = \int_0^\infty (x-\mu)^2 f(x)dx$$

El ingreso acumulado entre dos valores a y b, una magnitud a usar extensamente en el libro, es igual a

(2.10) $$N\int_a^b xf(x)dx$$

donde N es el total de la población. La función de distribución $F(x)$ o función de densidad acumulada (FDA), que indica la proporción de observaciones hasta un determinado valor del ingreso x, es la integral de la función de densidad hasta ese valor x.

(2.11) $$F(x) = \int_0^x f(s)ds$$

En consecuencia,

(2.12) $$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

La función de distribución permite definir con facilidad los distintos cuantiles o percentiles. El percentil p de la distribución es el valor del ingreso x_p tal que [14]

(2.13) $$F(x_p) = p$$

[14] Nótese que acá estamos aludiendo a los percentiles como observaciones singulares y no en la acepción alternativa de grupos de observaciones.

Por ejemplo, la mediana es el valor del ingreso para el cual *F* es igual a 0.5, y el primer decil el valor para el que *F* es igual a 0.1.

La curva de Pen asociada a la distribución *F* (recordar el "desfile de los enanos") puede escribirse como

(2.14) $$Q(F,p)=\min\{x/F(x)\geq p\}$$

es decir, el ingreso que le corresponde a la persona en la posición *p* de la distribución.

La curva de Lorenz puede escribirse en términos continuos como

(2.15) $$L(p)=\int_0^y \frac{xf(x)dx}{\mu}, \text{ con } p=F(y)$$

Para interpretar esta ecuación nótese que *y* es el valor tal que el *p* por ciento de la población tiene ingresos menores a este valor. Ahora, por analogía con (2.10) nótese que

(2.16) $$N\int_0^y xf(x)dx$$

es el ingreso acumulado desde la persona más pobre hasta aquella con ingreso *y*. Luego *L*(*p*) definido arriba resulta ser el porcentaje del ingreso total acumulado en el *p* por ciento más pobre de la población.

De la definición de *L*(*p*) es simple ver que *L*(0)=0 y *L*(1)=1. Derivando y asumiendo *f*(*y*) > 0 se llega a

(2.17) $$\frac{\partial L(p)}{\partial p}=\frac{\partial L(p)}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial p}=\frac{yf(y)}{\mu}\frac{1}{f(y)}=\frac{y}{\mu}\geq 0$$

La pendiente de la curva de Lorenz es positiva (o cero para ingresos nulos). Derivando una vez más respecto de *p*,

(2.18) $$\frac{\partial L^2(p)}{\partial p^2}=\frac{1}{\mu}\frac{1}{f(y)}\geq 0$$

lo que indica que la curva de Lorenz es convexa. Dado que la curva parte del origen y llega al punto (1,1), y que es creciente y convexa, entonces se concluye que ningún punto de esa curva puede estar más allá de la recta de 45 grados en una caja de dimensiones 1x1. Nótese adicionalmente de (2.15) que la curva de Lorenz es homogénea de grado cero en los ingresos; un cambio en la escala de medición de los ingresos no modifica la ubicación de la curva.

Es posible obtener la función de distribución a partir de conocer su media μ y su curva de Lorenz *L*(*p*). Denotando con $L'(p)$ a la pendiente de la curva de Lorenz y recordando que *p*=*F*(*y*)

(2.19) $$L'(F(y)) = \frac{y}{\mu}$$

por lo que

(2.20) $$F(y) = L'^{-1}\left(\frac{y}{\mu}\right)$$

donde la potencia -1 indica la inversa de la función. De (2.20), conociendo la media μ y la pendiente de la curva de Lorenz en cada punto, podemos rescatar la función de distribución de los ingresos original.

Recordemos que la curva generalizada de Lorenz indica el ingreso acumulado por el p% más pobre de la población dividido por el tamaño de la población N. Formalmente,

(2.21) $$GL(p) = \int_0^y xf(x)dx \quad , F(y) = p$$

Nótese que si multiplicamos por N esta expresión el numerador indica el ingreso acumulado hasta el percentil p de la distribución. Si multiplicamos y dividimos (2.21) por la media de la distribución,

(2.22) $$GL(p) = \mu \int_0^y \frac{xf(x)}{\mu} dx = \mu L(p)$$

La curva generalizada de Lorenz no es más que una expansión μ veces de la curva de Lorenz. Es fácil entonces ver que GL comienza en el punto (0, 0) y termina en (1, μ) y que su pendiente es

(2.23) $$\frac{\partial GL(p)}{\partial p} = \mu \frac{\partial L(p)}{\partial p} = \mu \frac{y}{\mu} = y$$

2.4.2. Gráficos

Mientras que los gráficos de $F(x)$, $Q(F, p)$, $L(p)$ o $GL(p)$ no ofrecen complicaciones y son una extensión natural de sus versiones discretas, la ilustración de $f(x)$ es, quizás sorprendentemente, complicada. Un histograma es ciertamente una forma de graficar la función de densidad $f(x)$, aunque rudimentaria, ya que supone una distribución uniforme dentro de cada intervalo, lo que genera saltos discretos en el gráfico. En lo que sigue discutiremos una estrategia para construir una representación más suave de la densidad, la cual adicionalmente permite ilustrar y aproximar con mayor precisión el problema de la elección del tamaño de los intervalos, mencionado en la sección anterior. Dicha representación no paramétrica, denominada método de núcleos o *kernels*, puede ser apropiadamente vista como una generalización de la noción de histograma.

A partir de (2.12) la función de densidad en un punto x_0 es

(2.24) $$f(x_0) = \left. \frac{dF(x)}{dx} \right|_{x_0}$$

Consecuentemente, recurriendo a la definición de derivada en un punto, vale la siguiente aproximación

(2.25) $$f(x_0) \cong \frac{F(x_0 + h) - F(x_0 - h)}{2h}$$

donde $h > 0$. Naturalmente, esta aproximación tiende a ser exacta cuando h tiende a 0. Ahora, nótese que $F(x_0+h)–F(x_0-h)$ es la proporción de observaciones con valores de ingreso entre x_0-h y x_0+h. Ese valor dividido por $2h$ es una aproximación de $f(x_0)$. Lo que hemos realizado no difiere sustancialmente de un histograma. Gráficamente, comenzamos fijando un punto x_0, luego construimos un intervalo alrededor de este punto (x_0-h, x_0+h) de ancho $2h$ y luego procedimos a calcular la proporción de observaciones que caen en este intervalo, normalizando por el ancho del mismo. A fines de construir un gráfico para toda la función de densidad podríamos repetir la estrategia anterior en una grilla de puntos (no necesariamente equiespaciada ni coincidente con los ingresos de nadie en la muestra).

El parámetro h, que cumple un rol fundamental en esta estrategia, es llamado “ancho de banda”. La elección de este parámetro conlleva el mismo *trade-off* entre precisión y volatilidad comentado arriba para el caso del histograma. Cuanto menor es h, más precisa es la representación de los datos, pero vuelve el gráfico muy volátil y por consiguiente poco útil. La elección de un ancho de banda adecuado es, de hecho, el problema más delicado a resolver a la hora de utilizar este método. Existen varias estrategias a seguir para resolver este problema, pero ninguna de ellas ofrece una solución mecánica y confiable. Siguiendo a Deaton (1997), la recomendación práctica es explorar con varios anchos de banda, comenzando con uno muy pequeño y terminando con uno muy grande, a fines de ilustrar la ganancia (suavidad) y la pérdida (precisión).

El método de *kernels* nos ayuda a obtener estimaciones de $f(x)$ en cada punto. Para entender como funciona, en primer lugar nótese que, si una observación x_i cae en el intervalo entre x_0-h y x_0+h, entonces

(2.26) $$\left| \frac{x_i - x_0}{h} \right| < 1$$

Luego, un estimador de $f(x)$ puede ser reescrito de la siguiente forma

(2.27) $$\hat{f}(x_0) = \frac{1}{N2h} \sum_{i=1}^{N} 1\left[\left| \frac{x_i - x_0}{h} \right| < 1 \right]$$

La función 1[.] indica con 1 a todas las observaciones que caen dentro del intervalo y con 0 a aquellas que no. Consecuentemente, la sumatoria es igual a la cantidad de observaciones que caen dentro del intervalo. La fórmula anterior puede ser reexpresada de la siguiente forma:

(2.28) $$\hat{f}(x_0) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{h}K\left[\frac{x_i - x_0}{h}\right]$$

donde $K[(x_i-x_0)/h] = ½\, 1[|(x_i-x_0)/h| < 1]$. La función $K(.)$ recibe el nombre de *kernel* y es interesante observar su papel. En cierto sentido, el *kernel* redefine cuán lejos está una observación x_i de un valor x_0. El *kernel* utilizado en este caso, llamado *kernel* rectangular, lo hace de una forma peculiar y discontinua: al asignarle valor 1 a todas las observaciones que caen en el intervalo $x_0 \pm h$, sugiere una noción discontinua de distancia, donde "cerca" están todas las observaciones indicadas con 1 por el *kernel* (las que caen dentro del intervalo), y "lejos" todas las indicadas con 0 (las que caen fuera). El parámetro que controla esta noción de "cerca" o "lejos" es h: cuanto más grande es este valor, mayor es el intervalo alrededor del punto x_0 y consecuentemente más observaciones son consideradas como "cercanas" por el *kernel*.

Existen varias alternativas al *kernel* rectangular discutido anteriormente. Definamos $v=(x_i-x_0)/h$. El *kernel* gaussiano está dado por

(2.29) $$K(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}v^2}$$

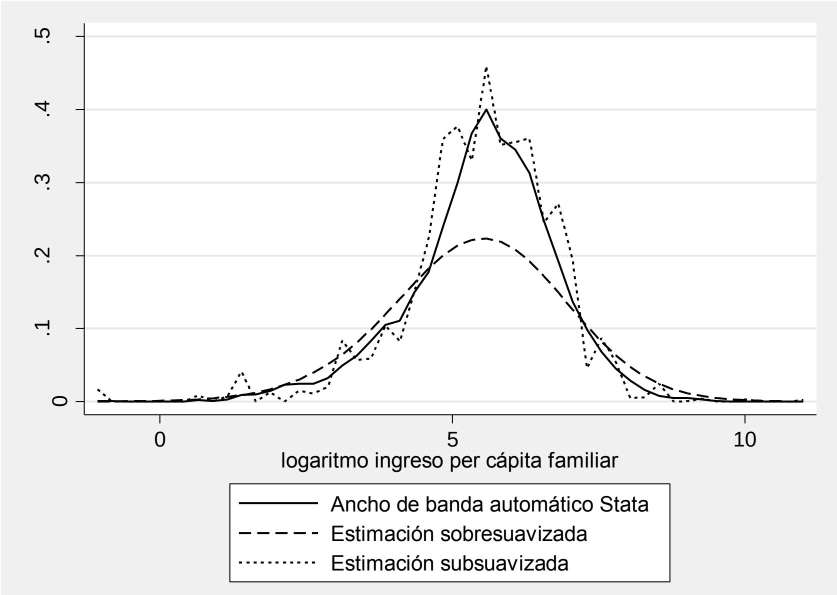
Hay que notar que, en este caso, el *kernel* va otorgando importancia suavemente decreciente a las observaciones lejanas de x_0. Otros ejemplos son el *kernel* cuadrático o el triangular. Uno que recibe considerable atención en la práctica es el *kernel de Epanichnikov*

(2.30) $$K(v) = \frac{3}{4}(1-v^2)\text{, } si\ |v| \leq 1\text{, y 0 en caso contrario.}$$

En la práctica, la elección del ancho de banda h tiene mucho más impacto que la elección del *kernel*. La figura 2.26 ilustra el papel del ancho de banda, mostrando estimaciones no paramétricas alternativas de la densidad del logaritmo del ingreso per cápita familiar en Bolivia 2005, con *kernels* gaussianos. Se presentan tres estimaciones, para distintas elecciones de ancho de banda. Las estimaciones parecen sugerir la simetría de la distribución de los logaritmos de los ingresos. La estimación en trazo grueso es aquella calculada con el ancho de banda escogido automáticamente por Stata.[15] La estimación con un ancho de banda pequeño es más errática, pero de cualquier manera tiende a sugerir la misma forma de la función de densidad que la producida por la estimación que surge al utilizar un ancho de banda intermedio. En el otro extremo, un ancho de banda exageradamente grande produce una estimación muy suave, que en ciertos tramos de ingresos difiere sistemáticamente de la intermedia. Nótese que, comparada con la intermedia, esta estimación demasiado suavizada sobreestima la densidad en los sectores de bajos y altos ingresos, y la subestima en el sector de ingresos medios.

[15] Este ancho de banda minimiza el error cuadrático medio integrado si la verdadera distribución fuera normal y se utilizara un kernel gaussiano.

Figura 2.26
Estimaciones no paramétricas de la función de densidad
Logaritmo del ingreso per cápita, anchos de banda alternativos
Bolivia, 2005



Fuente: Elaboración propia sobre la base de datos de la ECH.

2.5. El enfoque inferencial

Volvamos por un momento al ejemplo de Brasil del cuadro 2.1. Si el objetivo consistiese simplemente en caracterizar o resumir la información de ingresos de las 394560 personas relevadas por la encuesta, el enfoque descriptivo adoptado anteriormente alcanzaría. El análisis se torna más sofisticado (e interesante) al reconocer que estos datos son una muestra de una población más numerosa o general. El problema consiste ahora en aprender algo acerca de la población a través de la muestra. A modo de ejemplo, el ingreso promedio de los datos relevados por la encuesta PNAD es igual a 574.3 reales. La pregunta fundamental es cuán acertado es el valor 574.3 (la media muestral, observable) como estimación del ingreso medio de toda la población brasileña (la media poblacional, inobservable). Este tipo de problema constituye la esencia del enfoque inferencial y, en general, de la estadística: estudiar mecanismos que permitan aprender características poblacionales (su centro, dispersión, etc.) a partir de una muestra. Este enfoque requiere establecer un vínculo claro entre la población y la muestra, el cual es usualmente provisto en un marco probabilístico, que discutiremos brevemente a continuación.

El punto de partida es una variable aleatoria X, que en nuestro caso representa a alguna dimensión del bienestar individual y que por simplicidad pedagógica pensaremos nuevamente que es el ingreso. En este caso resulta conveniente representarlo a través de una variable aleatoria continua y positiva que toma valores en el intervalo real $[0, \infty)$. La *función de distribución acumulada* de dicha variable es $F(x)$: $[0, \infty) \rightarrow [0, 1]$ tal que

(2.31) $$F(x) = pr(X \le x)$$

es decir, $F(x)$ indica la probabilidad de que la variable aleatoria X tome valores menores o iguales a un valor del soporte x.

Una muestra aleatoria de tamaño N, independiente e idénticamente distribuida (*iid*) de la variable aleatoria X consiste en una colección de N variables aleatorias X_1, X_2, …, X_N todas ellas independientes entre sí, y cada una de ellas distribuidas de la misma manera que X, es decir con función de distribución acumulada $F(x)$. Las realizaciones de esta muestra aleatoria son los datos de ingreso. En este contexto, cada uno de los ingresos efectivamente captados por la PNAD de Brasil es visto como una realización de una variable aleatoria que representa al ingreso de cada persona.

En la práctica la variable aleatoria X se intenta conocer a través de los datos de una muestra, típicamente en nuestro caso los microdatos de una encuesta de hogares. Definiremos a la función de distribución acumulada empírica $F_N(x)$ como la proporción de observaciones de ingresos en la muestra menores a x. El nexo entre $F(x)$ y su versión empírica $F_N(x)$ está dado por el Teorema Fundamental de la Estadística (Glivenko-Cantelli), que asegura que bajo condiciones generales, cuando el tamaño de la muestra crece indefinidamente

(2.32) $$F_N(x) \to F(x)$$

donde → denota convergencia en probabilidad. Este resultado es muy importante, por lo que merece una explicación adicional. La función de distribución acumulada $F(x)$ contiene toda la información necesaria para caracterizar a la variable aleatoria X: conociendo $F(x)$ es posible realizar todo tipo de cálculo probabilístico acerca de X. En la práctica $F(x)$ no es conocida, pero sí lo es $F_N(x)$, ya que esta última se obtiene directamente de los datos de la muestra disponible. Este resultado, entonces, nos garantiza que para muestras grandes no hay mayor problema en reemplazar $F(x)$ (desconocida) por $F_N(x)$ (conocida), ya que en dicho caso ambas son prácticamente indistinguibles.[16] La distribución de ingresos muestral observable $F_N(x)$ constituye una estimación de la distribución poblacional $F(x)$ inobservable. Desde esta perspectiva, nuestros dibujos de la función de distribución acumulada de la sección 2.3 son estimaciones de la "verdadera" función de distribución acumulada, que solo podríamos dibujar si tuviésemos acceso a la información poblacional.[17]

Del mismo modo, las medidas resumen obtenidas de encuestas de hogares, es decir de muestras de una población, son en realidad estimaciones de conceptos poblacionales. De esta forma, la media o esperanza matemática de una variable aleatoria X, denotada con $E(X)$, puede ser estimada sobre la base de una muestra aleatoria *iid*, a través de la media muestral, que denotamos $\bar{x}$. A su vez, la varianza de una variable aleatoria, definida como $V(X) = E(X - E(X))^2$ puede ser estimada mediante la varianza muestral

[16] En la jerga estadística suele decirse que $F_N(x)$ es asintóticamente igual a $F(X)$.

[17] Si bien es clara la distinción conceptual entre $F(x)$ y $F_N(x)$, en la práctica, y por simplicidad, se suele llamar directamente como función de distribución a la versión empírica observable.

(2.33)
$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}{N-1}$$

A menudo el interés recae en magnitudes simples como la proporción de ingresos debajo de un nivel determinado. Por ejemplo, la tasa de incidencia de la pobreza *H* puede expresarse como la probabilidad de que una persona u hogar tenga ingresos por debajo de un umbral *z* o línea de pobreza $H=pr(X < z)$. Esta magnitud puede ser estimada sobre la base de una muestra *iid* de ingresos simplemente como la proporción de individuos con ingresos inferiores a *z*.

Censos, muestras, poblaciones y superpoblaciones

En el uso coloquial de los términos "población" y "muestra" resulta cómodo pensar que el primero hace referencia a un conjunto de objetos y que el segundo es un subconjunto del mismo. En varios contextos esta caracterización provee una representación adecuada del fenómeno en cuestión. Sin embargo, para ciertos fines analíticos y prácticos hará falta una definición más certera y posiblemente sofisticada de las nociones de población y muestra.

Consideremos en primer lugar la definición más coloquial de estos conceptos, donde uno hace referencia a un subconjunto del otro. A modo de ejemplo, pensemos que es posible relevar los ingresos mensuales de todas las personas de Chile en un momento determinado. Supongamos para facilitar el análisis que todas las personas relevadas ese día reportan su ingreso mensual (no hay no respuestas) y que lo hacen correctamente (no hay errores de medición). Esta colección de ingresos será nuestra población de referencia. Si este es nuestro interés (los ingresos mensuales de los individuos de Chile reportados a un censo relevado en un día particular), todavía no hay ningún elemento aleatorio involucrado en el análisis; se trata de un simple evento administrativo o contable, que recoge ingresos en algún registro. Supongamos ahora que en lugar del censo se toma un subconjunto de observaciones de la población, o muestra. La aleatoriedad aparece en el análisis vinculada con la forma en la cual los elementos de la población fueron elegidos para integrar la muestra.

Alternativamente, consideremos la siguiente versión de los conceptos de población y muestra. Pensemos en un analista interesado en el ingreso de una familia cualquiera, de la cual todavía no dispone de ninguna información. Desde su punto de vista, el ingreso de esta familia puede ser representado a través de una variable aleatoria que denotaremos con *X*. Es decir, desde su punto de vista el ingreso que esta familia reporte será una realización de esta variable aleatoria *X*. La aleatoriedad en este caso es esencial a la naturaleza de los ingresos y debe ser entendida como una forma de modelar esta ignorancia *ex ante* por parte del analista. Supongamos ahora que el análisis se refiere a los ingresos de *N* familias. En este caso la incertidumbre implícita en cada caso es la misma, es decir, los ingresos reportados por cada familia son vistos como *N* realizaciones repetidas de la misma variable aleatoria. Más específicamente, los ingresos de las familias son vistos como N variables aleatorias, X_1, X_2, …, X_N, cada una con la misma distribución que la variable X que representa el ingreso de cualquiera de ellas. En este contexto X (la variable genérica) es la "población" y las variables X_1, X_2, …,X_N, son la "muestra", entendidas como N réplicas de la variable poblacional subyacente X.

Ciertamente, esta conceptualización provee una visión alternativa de los conceptos de población y muestra. La elección de cuál de ellas utilizar dependerá del objeto de interés. Si el interés recae en conocer detalles de la colección de objetos censales a partir de una subcolección de los mismos, claramente la primera de las visiones es la correcta. Pero en el análisis económico muchas veces el interés recae en el proceso causal del cual se desprenden los ingresos. Es relevante remarcar que se trata de objetivos distintos y ambas visiones no se contradicen. Por ejemplo, desde el punto de vista de la visión de "réplicas" discutida en segundo lugar, un censo en realidad debe interpretarse a su vez como una muestra de una superpoblación subyacente. Pensemos en la siguiente ficción desde la perspectiva de uno de los hogares encuestados en el censo (hipotético) de Chile. Supongamos que este hogar opera en un mercado informal y sus ingresos dependen de una enorme conjunción de factores, varios de ellos de naturaleza marcadamente fortuita. Entonces, lo que este hogar declare al censo es en realidad una magnitud sujeta a fuertes factores idiosincráticos, y es de esperar que los mismos hagan que la respuesta al censo varíe radicalmente si la misma pregunta es efectuada un mes antes o después. Una vez recolectados todos los ingresos del censo, la pregunta clave es si a través de una subcolección de ingresos el objeto de estudio es (i) la colección de ingresos en el censo, o (ii) el mecanismo subyacente del cual se desprenden cada uno de los ingresos.

Además de algunas consecuencias conceptuales y prácticas, esta distinción tiene consecuencias analíticas. Frecuentemente los métodos estadísticos son evaluados en un contexto de "muestra grande", es decir sus propiedades son estudiadas en el límite de un proceso que hace crecer el tamaño de la muestra indefinidamente. En la primera de las conceptualizaciones el límite superior de este proceso está dado por el tamaño de la población, mientras que en la segunda esta restricción no opera, ya que la cantidad de potenciales réplicas de la noción poblacional se refiere no a individuos o períodos, sino a las distintas situaciones hipotéticas que podrían aparecer si el proceso generador de ingresos representado por la variable poblacional es replicado *ad infinitum*.

2.6. Significatividad estadística

Supongamos que todos los habitantes de dos ciudades han sido censados, y que en la ciudad A el 8.3% declara ingresos por debajo de la línea de pobreza, mientras que en la ciudad B esa proporción asciende a 8.5%. Ciertamente es posible afirmar que al momento del censo la tasa de pobreza de ingresos en B es más alta que en A. Alternativamente, supongamos ahora que las cifras de pobreza de A y B son nuevamente 8.3% y 8.5%, pero que ambos valores provienen de muestras, sobre la base de menos observaciones que el total de la población de cada ciudad. En este caso no es posible afirmar con certeza que la tasa de pobreza en *B* es mayor que en *A*, ya que la evidencia no está basada en la totalidad de la población.

2.6.1. La significatividad estadística de las estimaciones

El problema de la significatividad estadística es claramente un problema inferencial, propio del análisis estadístico, vinculado con la forma en la que la muestra se relaciona con la población. En el contexto inferencial números como 8.3% y 8.5% son estimaciones de las verdaderas (y no observables) tasas de pobreza poblacionales, que surgen de aplicar fórmulas (estimadores) sobre las observaciones de la muestra. Comencemos analizando la tasa de pobreza estimada para la ciudad *B* (8.5%). La misma se obtiene calculando la proporción de personas encuestadas que declaran ingresos por debajo de una línea de pobreza previamente establecida. Aun cuando resulte un tanto artificial, es conveniente pensar este número como proveniente del siguiente proceso. Existe un mecanismo aleatorio que primero "decide" qué personas de la población responden la encuesta y luego calcula la tasa de pobreza solo para las personas a las cuales se ha encuestado. Desde este punto de vista, la regla "calcular la proporción de pobres para aquellos encuestados" es en realidad una variable aleatoria ya que el valor que efectivamente vaya a tomar depende de quiénes sean elegidos para integrar la muestra (un fenómeno claramente aleatorio). El valor 8.5% es entonces una realización de esta variable aleatoria, es decir una de las cifras que podrían haber resultado de las distintas muestras posibles.

El fenómeno de la variabilidad muestral está vinculado con la dispersión de valores que puede tomar la regla (que para ajustarnos a la terminología estadística, llamaremos *estimador*) sobre la base de las distintas posibles muestras. Consideremos dos ejemplos extremos. En un caso supongamos que las muestras siempre tienen el mismo tamaño que la población. Ciertamente en este caso trivial la variabilidad muestral es nula: todas las muestras coinciden con la población, ergo, para cada "alteración" de la muestra obtendremos siempre la misma tasa de pobreza. En el otro extremo supongamos que la muestra siempre tiene una sola persona elegida al azar de la población. En este caso la variabilidad muestral puede ser potencialmente muy alta ya que la tasa de pobreza "muestral" cambiará de 0 a 1 dependiendo de si la persona encuestada es pobre o no.

En síntesis, dado que los estimadores (entendidos como reglas de cálculo sobre la base de datos muestrales) son variables aleatorias, es relevante dotar a las estimaciones de alguna medida de cuán grande es la variabilidad muestral. Una forma de computar esta medida es considerar la varianza del estimador (o su desvío estándar), que mide cuán dispares pueden ser las estimaciones sobre la base de las potenciales muestras alternativas que pudiesen haber ocurrido. A modo de ejemplo, la media muestral $\bar{x}$ tiene varianza muestral estimada

(2.34) $$\hat{V}(\bar{x}) = \frac{S^2}{N}$$

donde S^2 es la varianza de los datos y N el tamaño de la muestra. Por su parte, la varianza de la tasa de pobreza muestral $\hat{H}$ (*i.e.* la proporción de personas con ingreso x_i inferior a un umbral z) puede estimarse como

$$\hat{V}(\hat{H}) = \frac{\hat{H}(1-\hat{H})}{N} \tag{2.35}$$

$\hat{H}$ es en realidad una estimación de H, la probabilidad de que una variable binaria (0 o 1) tome valor 1, que por ende tiene distribución *Bernoulli* con esperanza H y varianza $H(1 - H)$.[18]

Volvamos sobre nuestro ejemplo de las ciudades A y B, con tasas de pobreza de 8.3% y 8.5% respectivamente, sobre la base de información muestral. Intuitivamente se trata de distinguir cuánto de la diferencia entre 8.3% y 8.5% se debe a diferencias entre las verdaderas (pero no observables) tasas de pobreza poblacionales y cuánto simplemente a variabilidad muestral. Podría suceder, por ejemplo, que las tasas de pobreza poblacionales de A y B sean idénticas y que las diferencias observadas se deban pura y exclusivamente a diferencias en las muestras tomadas. Una forma de aproximar este problema es verificando si los intervalos de confianza de estas dos estimaciones se solapan.[19] Si no lo hacen, podemos estar confiados en que la diferencia en las tasas de pobreza entre A y B es estadísticamente significativa.[20]

Siendo $\hat{H}$ asintóticamente normal, puede construirse para cada estimación de la pobreza (una en A y la otra en B) un intervalo de confianza asintótico al, por ejemplo, 95% de la siguiente forma:

$$\hat{H} \pm c_{0.025}\sqrt{V\left(\hat{H}\right)} \tag{2.36}$$

donde $c_{0.025}$ es el percentil 0.975 de la distribución normal estándar.

Una forma dual de aproximar este problema es a través de un test de hipótesis. La hipótesis nula es que las tasas de pobreza poblacionales de A y B son idénticas y la hipótesis alternativa es que son distintas.

En algunos casos es relativamente sencillo calcular analíticamente la varianza o error estándar de un estadístico, a partir del cual realizar el análisis de significatividad. Desafortunadamente, esta tarea es muy engorrosa en casos donde el estadístico es una función compleja de las observaciones de la muestra, lo cual ocurre con muchos indicadores distributivos.

---

[18] Es intuitivo pensar que la máxima variabilidad de la tasa de pobreza se corresponde cuando la mitad de las personas es pobre y la otra mitad es no pobre. Esto es posible de chequear maximizando la varianza de una variable *Bernoulli* $p(1 - p)$ con respecto a p, lo cual arroja $p = 1/2$.

[19] Un "intervalo de confianza al 95%" es un intervalo tal que la probabilidad de que este contenga al verdadero parámetro de interés es 95%.

[20] El hecho de que los intervalos no se solapen no es condición necesaria para la significatividad estadística. Puede existir cierto solapamiento y un test de hipótesis formal indicar que la diferencia en las estimaciones de pobreza es significativamente diferente de cero.

2.6.2. *Bootstrap* al rescate

Una estrategia alternativa es recurrir al principio de remuestreo o *bootstrap*.[21] Consideremos los siguientes pasos para producir una estimación de la varianza de la media muestral.

(i) Usar los N datos de la muestra original y tomar una muestra de tamaño N, con reemplazo. Nótese que es clave hacerlo con reemplazo, porque de lo contrario trivialmente siempre obtendríamos exactamente la muestra original. Al hacerlo con reemplazo estas pseudo-muestras pueden incluir una misma observación más de una vez.

(ii) Computar la media de esta pseudo-muestra.

(iii) Repetir el procedimiento anterior B veces (B es un número preferentemente grande).

(iv) Computar la varianza de las B medias computadas anteriormente. Esta es la estimación deseada.

Este método produce una estimación de la variabilidad de la media muestral a través de un esquema de remuestreo artificial conocido como *bootstrap*. Intuitivamente, hemos tomado a los datos de la muestra original como si fuesen ellos mismos la población y hemos remuestreado repetidas veces como si conociésemos esta población, a fines de producir B estimaciones alternativas de la misma media subyacente, y hemos aproximado la varianza de la media muestral a través de la varianza de estas medias *bootstrap* computadas en cada paso.

Si bien la intuición puede resultar convincente, la teoría que justifica el *bootstrap* es sorprendentemente más compleja. Nos limitaremos a señalar que cuando usamos a la muestra como si ella fuese la población, lo que hemos hecho es tomar una muestra de la distribución empírica (computable a través de los datos observados) en vez de hacerlo de la verdadera distribución "teórica" (no observable). El procedimiento detallado arriba será tan errado como grandes sean las diferencias entre la distribución empírica y la "teórica". Es justamente el Teorema Fundamental de la Estadística el que garantiza que estas diferencias son menores para tamaños de muestras lo suficientemente grandes.

En términos generales, si se busca computar la varianza para un estadístico genérico $\theta=g(.)$, análogamente los pasos a seguir son los siguientes: (i) usar los N datos de la muestra original y tomar una muestra de tamaño N, con reemplazo, (ii) computar $g(.)$ para esta pseudo-muestra, (iii) repetir el procedimiento anterior B veces (con B grande) y (iv) calcular la varianza de las B versiones de $g(.)$ computadas anteriormente. Esta es

[21] La literatura sobre métodos de *bootstrap* aplicados a cuestiones distributivas es activa y creciente. En términos generales, el texto clásico de Efron y Tibshirani (1993) es una referencia muy accesible. Davison y Hinkley (1997) proveen un tratamiento más completo y avanzado. En cuanto a aplicaciones a problemas distributivos, Mills y Zandvakili (1997) y Sosa Escudero y Gasparini (2000) contienen aplicaciones al problema de la significatividad estadística de las medidas de desigualdad, estos últimos para el caso argentino. Davidson y Flachaire (2007) presentan un tratamiento más definitivo y actual sobre los problemas de *bootstrap* aplicados a cuestiones de desigualdad y pobreza.

la estimación deseada. Por ejemplo, *g*(.) podría ser la mediana de los datos. Calcular teóricamente la varianza de la mediana es una tarea sorprendentemente complicada.

La estrategia de *bootstrap* puede ser extendida para calcular otros objetos estadísticos. Por ejemplo, podríamos usar el procedimiento anterior para construir un intervalo de confianza de nivel de significatividad α. En el caso de la mediana el procedimiento comienza computando los primeros tres pasos y el último paso consiste en construir un intervalo tomando los cuantiles $\alpha/2$ y $(1-\alpha/2)$ de la distribución empírica de las medianas obtenidas en los pasos anteriores. Es decir, una vez que obtenemos *B* pseudo-estimaciones de la mediana, el intervalo de confianza es un intervalo que contiene a las $1-\alpha$ observaciones centrales.

A modo de ejemplo, comparemos el desempeño del *bootstrap* con el de las aproximaciones asintóticas discutidas anteriormente con datos de la Encuesta Nacional de Empleo, Desempleo y Subempleo (ENEMDU) de Ecuador para la región Amazónica, correspondiente a diciembre de 2009. La muestra incluye información del ingreso per cápita familiar de 3393 personas. Con una línea de pobreza de $46.3, la proporción de personas pobres es de 0.3457 (cerca del 35% de la población es pobre). En base a la fórmula (2.35) el error estándar (la raíz cuadrada de la varianza) para esta línea de pobreza es de 0.00816. Un intervalo de confianza al 95% está dado por (0.3297, 0.3617), utilizando la fórmula asintóticamente válida (2.36). El error estándar usando *bootstrap* con 500 replicaciones es 0.00807, ciertamente muy similar al obtenido con la aproximación asintótica.[22]

Un resultado de la implementación del *bootstrap* es la distribución empírica de la tasa de pobreza, es decir, 500 pseudo-estimaciones de la tasa de pobreza sobre la base de 500 pseudo-muestras de la muestra original. Una forma simple de construir un intervalo de confianza al 95% es tomar los percentiles 0.025 y 0.975 de estas estimaciones *bootstrap*, es decir los valores que dejan al 95% central de las observaciones. En nuestro caso el intervalo obtenido es (0.3295, 0.3619), bastante similar al obtenido con la fórmula asintótica.[23] Este intervalo puede ser utilizado para evaluar algunas hipótesis. Por ejemplo, la hipótesis nula de que la tasa de pobreza es 0.35 no es rechazada, ya que este valor cae dentro del intervalo de confianza antes construido.

2.6.3. Igualdad de distribuciones

En algunas situaciones puede resultar relevante plantear la hipótesis nula de que dos distribuciones son iguales versus la alternativa de que no lo son. Este es un problema clásico en estadística, y la naturaleza de la solución depende de cuánto se conozca de antemano el problema en cuestión. En un extremo, si ambas distribuciones fuesen normales y con idéntica varianza, un test de diferencia de medias es suficiente para el

[22] Este error estándar será diferente cada vez que repliquemos el ejercicio, dado que las pseudo-muestras que le dan origen son elegidas aleatoriamente. Con un número grande de réplicas la diferencia debería ser mínima.

[23] Se aplica acá la misma aclaración que en la nota al pie de la página anterior.

problema. Pero, como señalamos anteriormente, las cuestiones distributivas operan en un contexto de tal incertidumbre que puede ser costoso hacer supuestos funcionales, por lo que es deseable disponer de algún método que permita evaluar la hipótesis de interés sin recurrir a supuestos funcionales restrictivos.

Supongamos que $F(x)$ y $G(x)$ son las funciones de distribución acumuladas para dos variables aleatorias y estamos interesados en la hipótesis nula H_0: $F(x)=G(x)$ para todo x, es decir, ambas funciones coinciden en todo el soporte. Un estadístico útil para esta hipótesis es el de *Kolmogorov-Smirnov*:

(2.37) $$J= \frac{mn}{d}\max_x \left[\left|F_m(x)-G_n(x)\right|\right]$$

donde m y n son los tamaños de muestra para las poblaciones cuyas distribuciones son, respectivamente, F y G, d es el mayor divisor común entre m y n, y $F_m(.)$ y $G_n(.)$ son las funciones de distribución empíricas discutidas anteriormente. Intuitivamente, el estadístico se basa en la máxima discrepancia posible entre ambas distribuciones y la regla consiste en rechazar la hipótesis nula si J es demasiado grande. Existen tablas apropiadas para este estadístico y también aproximaciones asintóticas a los valores críticos de su distribución. La mayoría de los paquetes estadísticos −incluyendo Stata− proveen este test y sus correspondientes "valores *p*".[24]

2.7. Formas funcionales

En la sección 2.3 mencionamos que todas las distribuciones del ingreso del mundo real tienen algunas características comunes; en particular, son asimétricas, con una cola superior desproporcionadamente larga. El famoso economista italiano Vilfredo Pareto (1848-1923) fue uno de los primeros en notar y estudiar estas similitudes. De hecho, Pareto (1897) sostuvo que todas las distribuciones del ingreso reales podían ser adecuadamente aproximadas mediante la función

(2.38) $$F(x)=1-Kx^{-\alpha}$$

donde K y α son dos parámetros positivos.[25] La ecuación (2.38) es una forma funcional *paramétrica*: la forma de la función está enteramente determinada por un número de parámetros, en este caso solo dos. El trabajo pionero de Pareto despertó la curiosidad de los investigadores: ¿Responden las distribuciones del mundo real a formas funcionales paramétricas? ¿Es la función propuesta por Pareto la mejor representación de las distribuciones reales?

---

[24] Ver Hollander y Wolfe (1999) para mayores detalles.

[25] Pareto fue más allá y sostuvo que había evidencia sobre la estabilidad del parámetro α −que aproxima el grado de desigualdad en la distribución− en el tiempo y en el espacio; lo que llevaba a pensar que la magnitud de las desigualdades en una sociedad era consecuencia de la naturaleza humana más que de la forma como se organizaba esa sociedad. Esta idea, naturalmente, generó un arduo debate con quienes subrayaban la relevancia de los sistemas económicos en moldear la distribución del ingreso y la riqueza.

En principio, es claro que ninguna distribución real responde exactamente a una forma funcional dada. El proceso por el cual se generan los ingresos de una población es tan complejo y con tantas aleatoriedades que es imposible representarlo perfectamente mediante alguna forma funcional paramétrica manejable. Por esta razón, el objetivo empírico no reside en encontrar una forma funcional que reproduzca exactamente los datos, sino una que los aproxime razonablemente bien; es decir, que constituya un "modelo razonable" de la realidad. [26]

2.7.1. Funciones paramétricas

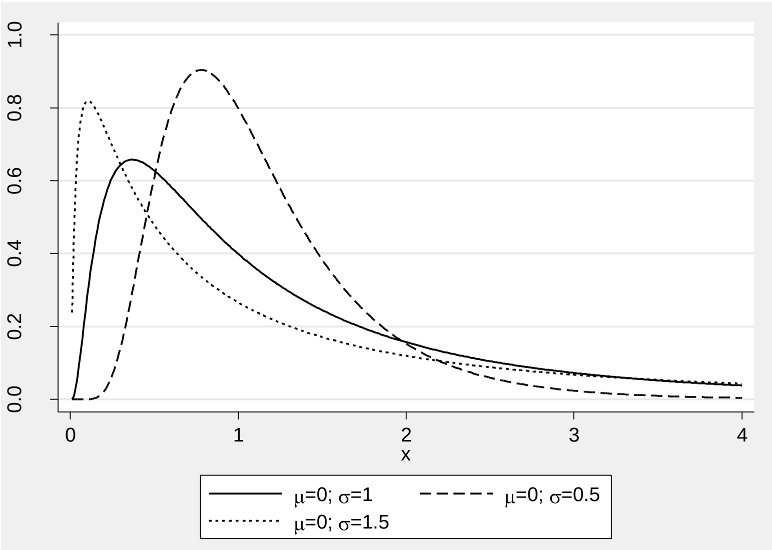
El modelo más habitualmente utilizado para representar a la distribución del ingreso es el *log-normal* (Gibrat, 1931). Una variable aleatoria x se distribuye en forma log-normal si $\ln(x)$ tiene distribución normal. La función de densidad para una variable aleatoria log-normal, definida en el soporte $[0, \infty)$, está dada por

(2.39) $$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Nótese que esta función depende solamente de dos parámetros μ y σ. Estos parámetros se relacionan con el centro y la dispersión, respectivamente, del logaritmo de los ingresos. De hecho, si x tiene distribución log-normal, entonces μ=E(ln$x$) y σ^2=V(ln$x$), donde E(.) y V(.) denotan esperanza y varianza, respectivamente. La figura 2.27 muestra la función de densidad de tres variables log-normales con μ=0 y tres valores alternativos de σ.

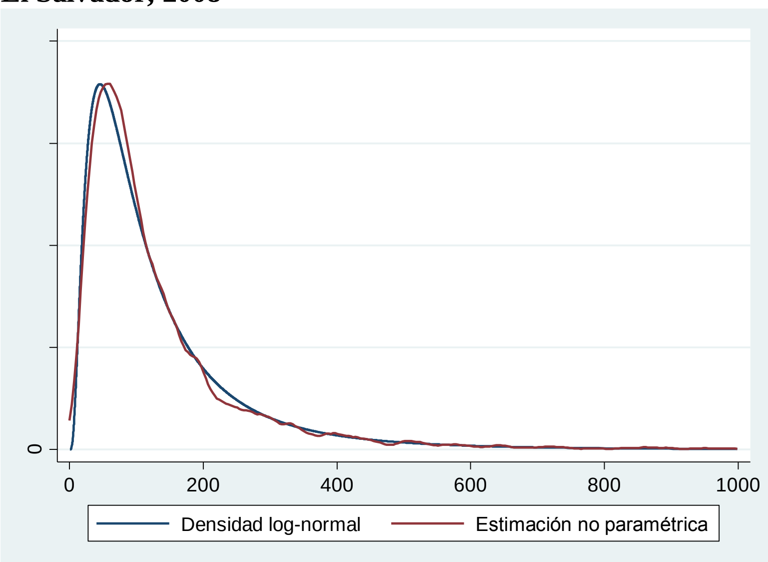
[26] Quizás en los términos del notable estadístico George Box "todos los modelos están mal, pero algunos son útiles".

Figura 2.27
Función de densidad de variables log-normales



La característica asimétrica de la distribución log-normal parece proveer una representación adecuada para la distribución de los ingresos de una sociedad. La figura 2.28 muestra la función de densidad de una distribución log-normal con parámetros μ y σ iguales a la media y desvío del logaritmo de los ingresos efectivamente observados en la encuesta de hogares de El Salvador, 2008.

Figura 2.28
Función de densidad de una distribución log-normal
Ingreso per cápita familiar
El Salvador, 2008



Fuente: Elaboración propia sobre la base de datos de la EHPM.

A efectos comparativos la figura también incluye una estimación no paramétrica (por el método de *kernels* discutido arriba) de la distribución del ingreso. Aunque menos rica que la estimación no paramétrica, visualmente la función log-normal parece ser una aproximación razonable de la distribución. Naturalmente, esta apreciación visual debe ser corroborada con rigurosidad analítica. Desafortunadamente, no existe una forma conclusiva de evaluar log-normalidad; una estrategia simple está basada en un test de normalidad para el logaritmo del ingreso. Por ejemplo, el test de Jarque y Bera (1982), de uso frecuente en econometría, puede ser utilizado para evaluar la hipótesis nula de normalidad del logaritmo del ingreso.[27]

El modelo log-normal es el más popular, dada su simplicidad analítica, pero no es la única opción disponible. Como mencionamos, una alternativa utilizada es la distribución de Pareto descripta en (2.38). Una forma funcional alternativa es la de Singh-Maddala:

(2.40) $$F(x) = 1 - [x + \delta x^{\beta}]^{-\alpha}$$

donde α, β y δ son parámetros que garantizan que la función de distribución parta de 0 y termine en 1 y que su función de densidad sea positiva. Una ventaja de esta función es que incluye a varios casos conocidos. Por ejemplo, las distribuciones de Pareto, Weibull o la exponencial se obtienen para configuraciones específicas de los parámetros.[28]

Una función también comúnmente utilizada es la propuesta por el investigador argentino Camilo Dagum, formalmente expresada como:

(2.41) $$F(x) = \left[1 - \left(\frac{x}{\beta} \right)^{-\alpha} \right]^{-\gamma}$$

donde α, β y γ son parámetros positivos.

La literatura sobre funciones paramétricas es fecunda, técnicamente elegante y académicamente prestigiosa.[29] Son numerosos los trabajos donde se proponen funciones más complejas que las mencionadas, o formas generales abarcativas de muchas funciones,[30] o que pueden aproximar distribuciones con peculiaridades, como truncamientos o multimodalidades.[31] Sin embargo, a nuestro juicio la utilidad de estas aproximaciones es acotada a algunos usos particulares, por lo que preferimos no extendernos en su desarrollo.

[27] López y Servén (2006), en un estudio sobre cerca de 800 encuestas de hogares en el mundo, concluyen que la hipótesis nula de que el ingreso per cápita sigue una distribución log-normal no puede ser rechazada.

[28] Ver Cowell (2011) para más detalles.

[29] Pareto (1897), Gibrat (1931), Kalecki (1945), Rutherford (1955) y Singh y Maddala (1976) son algunos de los antecedentes ilustres.

[30] Por ejemplo, la función beta generalizada de cinco parámetros abarca como casos particulares a las funciones de Pareto, log-normal, gamma, Weibull, Fisk y Singh-Maddala.

[31] Ver, por ejemplo, Pinkovskiy (2008), Burkhasuser *et al.* (2011); y Botargues y Petrecolla (1999) para un país de América Latina.

2.7.2. El uso de las formas funcionales

Las parametrizaciones de las distribuciones del ingreso tienen una utilidad limitada. Gran parte del análisis distributivo empírico está basado en los microdatos reales, sin necesidad de conocer la forma funcional que mejor los aproxima. Como veremos a lo largo del libro, la pobreza o la desigualdad se calculan sin ninguna necesidad de saber si los datos subyacentes responden a alguna forma funcional determinada. Inclusive en la etapa exploratoria que hemos abordado en este capítulo, los métodos paramétricos tienen limitaciones frente a un examen no paramétrico más flexible. Al estar basados en formas funcionales preestablecidas, por construcción no pueden ser completamente informativos acerca de la forma de la distribución.

Existen al menos dos áreas en las que el uso de las formas funcionales adquiere relevancia: la modelización teórica y la estimación con disponibilidad de pocos datos agregados.

Modelos

Los modelos teóricos son estilizaciones de la realidad destinadas a ilustrar algún fenómeno. Existen modelos económicos que predicen reglas de generación de los ingresos de las personas, y por ende distribuciones. Aunque lo más usual es que estas predicciones no involucren formas funcionales específicas, en ocasiones lo hacen. Supóngase un modelo donde el logaritmo del ingreso se comporta como un *random walk*, es decir el valor hoy es igual al de ayer más un término aleatorio *iid*. En este caso, es sabido que con el paso del tiempo la distribución del *random walk* (apropiadamente normalizado) se vuelve normal. En nuestro caso, eso implica que el logaritmo del ingreso se distribuye normalmente, y por ende el ingreso tiene una distribución log-normal. El reciente artículo de Battistin, Blundell y Lewbel (2009) argumenta que un modelo log-normal puede proveer una representación adecuada de la distribución del ingreso y el consumo. El argumento parte de la llamada "Ley de Gibrat", que postula que el ingreso es una acumulación de shocks multiplicativos, de modo que apelando al Teorema Central del Límite, el mismo es asintóticamente normal.[32] Las distribuciones Pareto también pueden surgir de modelos simples alternativos de generación de ingresos.

---

[32] Battistin et al. (2009) argumentan que en un contexto dinámico de optimización intertemporal del bienestar, las ecuaciones de Euler que caracterizan a las condiciones de primer orden de dicho proceso, implican que el ingreso permanente y el consumo deberían obedecer una Ley de Gibrat. Este hecho explica también porque el modelo log-normal ajusta mejor al consumo que al ingreso corriente: este último está "contaminado" por discrepancias transitorias. Adicionalmente, estos autores sugieren que las discrepancias con respecto al ideal log-normal pueden deberse a las propias inexactitudes de un modelo simple de optimización intertemporal, tales como la presencia de restricciones de liquidez, horizontes finitos o errores de medición.

Información limitada

Uno de los principales usos empíricos de las formas funcionales para las distribuciones del ingreso consiste en estimar parámetros en situaciones en que contamos solo con algunos pocos datos agregados. En esta situación asumir una determinada forma funcional puede ayudar a llenar el vacío de datos. Por ejemplo, las formas funcionales paramétricas son usadas frecuentemente para estimaciones de la distribución del ingreso mundial o de alguna de sus características, como la tasa de pobreza global. Si bien lo ideal para este caso es agregar los microdatos de las encuestas de todos los países, este procedimiento resulta engorroso o impracticable por falta de información. En su lugar, varios investigadores han asumido que las distribuciones del ingreso nacionales siguen una forma funcional paramétrica simple y aproximan los parámetros requeridos con datos agregados de fuentes secundarias. El procedimiento típico es asumir distribuciones nacionales lognormales, donde la media es aproximada con el ingreso o PIB per cápita a PPA, y el desvío es estimado a partir de datos del coeficiente de Gini o estimado por mínimos cuadrados de información de participaciones de centiles (*e.g.* Pinkovskiy y Sala-i-Martin, 2009).

Apéndice: En la práctica

Los apéndices con aplicaciones prácticas asumen cierta familiaridad con el software estadístico-econométrico Stata. El apéndice I del libro introduce un conjunto básico de comandos de Stata que el lector debería conocer para seguir con relativa facilidad los apéndices “En la práctica” del libro.[33] Además, en el sitio web que acompaña a este libro, ponemos a disposición del lector un conjunto de encuestas de hogares procesadas que contienen todas las variables que se requieren para implementar los códigos de Stata. Ciertamente, el procesamiento de una encuesta implica un sinnúmero de decisiones para las que no siempre existe consenso. En consecuencia, los resultados que surgen de los ejemplos que se implementan utilizando las bases de datos disponibles en el sitio web del libro pueden no coincidir con las estadísticas oficiales, o las que derive el lector empleando criterios alternativos de procesamiento.

Ejemplo: Brasil

En este apartado se muestra cómo replicar los resultados que fueron presentados en el cuadro 2.1 del texto. El primer paso que debe seguir el lector es obtener la versión procesada de la PNAD (Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios) de Brasil para el año 2007. Es decir, conteniendo las variables que se emplean a continuación. Para ello, puede dirigirse a la sección Encuestas de Hogares del sitio web del libro.

El código siguiente asume que el archivo con extensión `.dta` fue descargado en el directorio `C:\libro-distribucion\cap2`. Como se explica en el apéndice I del libro, las sentencias de Stata a continuación pueden introducirse de a una por vez en la línea de comando de Stata o, alternativamente, todas juntas en un archivo **do** que luego Stata ejecuta completo, línea por línea desde arriba hacia abajo.[34] En términos generales, esta segunda alternativa es más recomendable porque nos permite reutilizar el código con mucha facilidad. En Stata, las líneas que inician con asterisco (`*`) son comentarios; es decir, se trata de líneas que −en general− documentan el código pero que Stata ignora. Por último, antes de comenzar con nuestro primer ejemplo, cabe aclarar que los números de línea que se muestran no forman parte del código que debe introducirse en Stata; aquí se los emplea para facilitar la explicación.

```
* cap2-ejemplo.do

clear all
```

[33] Las aplicaciones han sido desarrolladas empleando la versión 11.2 del Stata, pero en su gran mayoría también funcionarán con versiones anteriores del software.

[34] Los archivos **do** son archivos de texto plano con extensión `.do`. En general, una forma útil de trabajar con Stata es utilizando la línea de comando para chequear lo que queremos hacer, copiando luego las sentencias que sirvieron en el archivo **do**. Alternativamente, puede emplearse el editor de archivos do de Stata para ejecutar partes de un archivo **do**. En el sitio web del libro se sugieren editores de texto alternativos más poderosos para emplear con Stata (ver también el apéndice I).

```
 4 set mem 250m
 5 cd "C:\libro-distribucion\cap2"
 6
 7 * cargar encuesta Brasil 2007
 8 use "bra07.dta"
 9
10
11 * total
12 summ ipcf [w=pondera], detail
13
14 * región norte
15 summ ipcf [w=pondera] if region==1, detail
16
17 * región nordeste
18 summ ipcf [w=pondera] if region==2, detail
```

El comando `clear all` (línea 3) elimina, si existe, la base de datos actualmente cargada.[35] En la cuarta línea se asignan 250 MB de memoria RAM para almacenar la base de datos: el lector puede comprobar que el comando `memory` muestra como está asignada la memoria.[36] El comando `cd` se utiliza para determinar cuál es el directorio en el que se guardan los archivos que se están utilizando (ver línea 5); así, cualquier comando de Stata que trabaje con archivos lo hará en esa carpeta, a menos que se especifique lo contrario. La línea 8 carga en la memoria el contenido del archivo `bra07.dta` utilizando el comando `use`.

Las encuestas de hogares, al igual que cualquier otra base de datos, se organizan en Stata como una tabla donde las filas representan observaciones o registros y las columnas variables o campos. A su vez, por tratarse de una encuesta, cada observación representa a varios individuos, tantos como indica el factor de expansión o variable de ponderación. En nuestro caso, todas las encuestas que utilizaremos contienen una variable de nombre `pondera` que almacena el factor de expansión. Para más detalles sobre el uso de ponderadores, consultar la sección 3.6 del capítulo 3.

Las encuestas de hogares procesadas que se utilizan a lo largo del libro solo contienen observaciones que denominamos coherentes (ver capítulo 3).[37] Por último, el comando `summarize` con la opción `detail` de la línea 12 muestra estadísticos básicos (ponderados) para el ingreso per cápita familiar (ver variable `ipcf`); en particular, nos muestra la media, el desvío estándar, algunos percentiles y el número de observaciones.[38]

En el caso de la PNAD 2007 de Brasil, la variable región puede tomar los valores 1, 2, 3, 4 o 5 dependiendo de si la observación corresponde a la región Norte, Nordeste,

---

[35] Además, elimina todos los elementos de Stata definidos por el usuario (por ejemplo, matrices).

[36] El comando `set mem` es innecesario a partir de la versión 12 de Stata. Para que Stata funcione a una velocidad razonable, es necesario que la base de datos que estamos utilizando pueda almacenarse completamente en la memoria RAM. De lo contrario, el rendimiento disminuye de manera considerable porque se utiliza el disco rígido como memoria RAM.

[37] En pocas palabras, se trata de observaciones válidas que utilizamos en el cálculo de los ingresos familiares.

[38] En general, el nombre de los comandos de Stata puede abreviarse. En el caso de `summarize`, puede emplearse `su`, `sum`, `summ`, etc. En la ayuda de Stata se muestra cuál es la abreviación mínima que puede emplearse para cada uno de los comandos utilizados en este libro.

Sudeste, Sur o Centro-Oeste, respectivamente.[39] Así, las líneas 15 y 18 pueden utilizarse para computar las columnas "Norte" y "Nordeste" del cuadro 2.1.

Para computar el coeficiente de variación de la distribución del ingreso per cápita familiar es necesario conocer la media y el desvío estándar de la variable `ipcf`. En el ejemplo, una forma de hacerlo para el total nacional es escribir en la línea de comando de Stata:

```
. display 970.2443/574.3455
1.6893043
```

Sin embargo, esto resulta poco práctico si queremos utilizar el mismo código para procesar otra base de datos, o la misma base de datos pero con algunas observaciones eliminadas.

En general, luego de ejecutar un comando, Stata guarda varios de los resultados que presenta en pantalla. Para ver todos los resultados que Stata almacena luego de un comando como el `summarize`[40], puede utilizarse el comando `return list`; cabe recalcar que el comando `return list` es solo informativo; es decir, no es necesario introducirlo para que Stata almacene los resultados luego del comando `summarize`. En nuestro ejemplo, luego de ejecutar el comando `summarize`, Stata guarda los siguientes valores en `r(`*resultado*`)`, donde *resultado* es cada uno de los elementos que se muestran a continuación.

```
. summarize ipcf [w=pondera]
(analytic weights assumed)

    Variable |      Obs      Weight        Mean   Std. Dev.       Min        Max
-------------+-----------------------------------------------------------------
        ipcf |   394551   186985040    574.3455   970.2443          0      66000

. return list

scalars:
                  r(N) =  394551
              r(sum_w) =  186985040
               r(mean) =  574.3455226749792
                r(Var) =  941373.9479314596
                 r(sd) =  970.2442723002592
                r(min) =  0
                r(max) =  66000
                r(sum) =  107394020531.2019
```

donde `r(N)` es el número de observaciones sin incluir observaciones con *missing*[41] en `ipcf` o `pondera`, `r(sum_w)` es la suma de la variable `pondera`, `r(mean)` es la

[39] Naturalmente, el contenido de la variable región difiere entre encuestas.

[40] En la terminología de Stata, el comando `summarize` es de tipo "r", por lo que sus resultados se almacenan en `r(`*resultado*`)`. Como veremos más adelante, los comandos de estimación econométrica son de tipo "e", por lo que resultados se almacenan en `e(`*estimación*`)`.

[41] El significado de las observaciones *missing* se explica en el apéndice I.

media del `ipcf`, `r(Var)` es la varianza del `ipcf`, `r(sd)` es el desvío estándar del `ipcf`, `r(min)` es el valor mínimo del `ipcf`, `r(max)` es el valor máximo `ipcf`, y `r(sum)` es la suma ponderada de la variable `ipcf`.

Los valores almacenados en `r(`*resultado*`)` son reemplazados cada vez que se ejecuta una nueva sentencia de Stata que también utiliza `r(`*resultado*`)`. Como consecuencia, en los próximos ejemplos veremos cómo se pueden conservar los valores `r(`*resultado*`)` de forma tal que puedan ser reutilizados. Por el momento, para calcular el coeficiente de variación alcanza con introducir, luego de cada comando `summarize`,

```
. display r(sd)/r(mean)
1.6893041
```

Por su parte, la población de referencia o número de observaciones expandidas como se dice en el cuadro 2.1 puede mostrarse con

```
. display r(sum_w)
1.870e+08
```

donde vemos que la población de referencia de la PNAD 2007 es 187 millones de persona aproximadamente. En resumen, el código para reproducir la primera columna del cuadro 2.1 del texto quedaría como se muestra a continuación.

```
 1 * cap2-ejemplo.do
 2
 3 clear all
 4 set mem 250m
 5 cd "C:\libro-distribucion\cap2"
 6
 7 capture log close "cap-ejemplo.log"
 8 log using "cap2-ejemplo.log", replace
 9
10 * cargar encuesta de Brasil 2007
11 use "bra07.dta"
12
13 * total país
14 summ ipcf [w=pondera], detail
15 display "poblacion de referencia = " r(sum_w)
16 display "cv = " r(sd)/r(mean)
17
18 log close
```

A diferencia del código anterior, en este caso se genera un archivo **log** que contiene un "eco" de todo lo que Stata va mostrando en la ventana de resultados. La creación de dicho tipo de archivo se realiza con el comando `log using` (ver línea 8).[42] En nuestro caso, el nombre del archivo **log** que se está creando es "`cap2-ejemplo.log`". La extensión `.log` hace que el archivo que se crea sea de texto plano, por lo que puede

[42] En todo el libro solo empleamos un único archivo **log** a la vez. Sin embargo, Stata permite utilizar hasta cinco archivos **log** de forma simultánea.

examinarse con cualquier editor de texto. El comando `log close` cierra el último archivo log abierto (ver línea 18). En la línea 7 también se cierra, en caso de que este abierto, el archivo **log**. En caso de que no exista un archivo **log** abierto, el comando `capture` evita que se genere un error. La sentencia `capture` puede anteponerse a cualquier comando de Stata; lo que hace es capturar un eventual código de error evitando, en nuestro caso, que se interrumpa la ejecución del archivo **do** `cap2-ejemplo.do`. En general, nos interesa conocer si una sentencia genera un error, por lo que el comando `capture` debe emplearse con sumo cuidado.

El cómputo de la participación de cada decil de `ipcf` en el ingreso total se pospone para una sección posterior de este apéndice, donde se muestra cómo graficar curvas de Lorenz.

El ejemplo del texto finaliza con el cómputo de la pobreza en Brasil para el año 2007 utilizando una línea de pobreza de 130 reales mensuales. Una forma sencilla de computar la proporción de individuos con ingresos mensuales menores a 130 reales es mediante el bloque de código siguiente, que puede agregarse a continuación del anterior.

```
 1 * cap2-ejemplo-pobreza.do
 2
 3 * identificar individuos pobres
 4 gen pobre = 1 if ipcf < 129.883
 5 replace pobre = 0 if pobre!=1
 6
 7 * total país
 8 summ pobre [w=pondera]
 9 display "shr pobres = " r(sum)/r(sum_w)
10
11 * región Norte
12 summ pobre [w=pondera] if region==1
13 display "shr pobres = " r(sum)/r(sum_w)
```

Las líneas 4 y 5 generan la variable `pobre` que vale 1 para los individuos con `ipcf` menor a 130 y 0 para el resto. El comando `generate` (abreviado `gen`) puede emplearse para agregar variables a la base de datos (ver apéndice I). Por su parte, el comando `replace` permite reemplazar el contenido de una variable; se usa, en general, con alguna condición *if*.[43] La línea 9 muestra el cociente entre la suma ponderada de la variable `pobre` (es decir, el número de pobres expandido por el factor de ponderación) y la población de referencia (es decir, la suma total de la variable `pondera`). Así, las líneas 7 a 9 computan la proporción de individuos pobres en Brasil.

Histograma

En primer lugar mostramos cómo puede graficarse un histograma de la distribución del `ipcf` en México para el año 2006 (ver figuras 2.2 a 2.8 del texto). Al igual que en el

[43] Típicamente, una condición *if* permite limitar el rango de observaciones que se utilizan en un determinado comando.

ejemplo de Brasil, el lector puede obtener la ENIGH (Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares) mexicana de 2006 del sitio web del libro. La misma también cuenta con las variables `ipcf` y `pondera` que utilizaremos en lo que resta de este apéndice.[44] El código siguiente asume que la base de datos ya se encuentra cargada en Stata.[45]

El comando que se emplea para graficar un histograma es, justamente, `histogram` (ver línea 5). Igual que antes, `[w=pondera]` indica que cada observación de la encuesta debe expandirse según la cantidad de individuos que representa. La opción `bin(100)` del comando `histogram` especifica que el histograma debe identificar 100 grupos - 100 barras. Por último, la opción `frac` indica que el eje vertical debe mostrar la fracción del ingreso total que recibe cada uno de los 100 grupos. El comando `more` (línea 6) suspende la ejecución del archivo **do** `cap2-hist.do` hasta que el usuario oprima una tecla. Las líneas 8-11 grafican el mismo histograma, pero solo considerando a los individuos con `ipcf` menor a 15000.

```
 1 * cap2-hist.do
 2
 3 * figura 2.2
 4 * histograma ipcf
 5 hist ipcf [w=pondera], bin(100) frac
 6 more
 7
 8 * figura 2.3
 9 * histograma ipcf
10 hist ipcf [w=pondera] if ipcf < 15000, bin(100) frac
11 more
```

Las figuras 2.4 y 2.5 del texto puede replicarse utilizando el bloque de código siguiente. En la línea 14 se genera la variable `lipcf` como igual al logaritmo de la variable `ipcf`. Las interpretaciones de las demás líneas de código no deberían representar mayor dificultad para el lector.

```
12 * figura 2.4
13 * histograma logaritmo ipcf
14 gen lipcf = log(ipcf)
15 hist lipcf [w=pondera], bin(100) frac
16 more
17
18 * figura 2.5
19 * histograma lipcf
20 hist lipcf [w=pondera], bin(10) frac
21 more
22 hist lipcf [w=pondera], bin(50) frac
23 more
24 hist lipcf [w=pondera], bin(100) frac
25 more
```

[44] Asimismo, también fueron eliminadas las observaciones que consideramos incoherentes.

[45] En el resto de los apéndices prácticos también se omiten las líneas de código que cargan la base de datos en la memoria de Stata.

El bloque de código siguiente agrega al histograma anterior una estimación no paramétrica por el método de *kernels* de la función de densidad del logaritmo del ingreso per cápita familiar (ver opción kdensity en línea 28). Las líneas 31-36 grafican, superpuestos, los "histogramas suavizados" de las funciones de densidad del logaritmo del ipcf para las regiones Noroeste y Sur de México (ver figura 2.7).

La línea 34 almacena en la macro local lp el logaritmo de la línea de pobreza mexicana de 2.5 dólares por día por persona. Como se explica en el apéndice I, una macro local puede emplearse para almacenar un número o una frase,[46] a diferencia de una variable que almacena una lista de valores. Cuando el nombre de una macro local se encierra entre comillas simples (la de apertura inclinada a la izquierda, `, la de cierre vertical, '), Stata reemplaza el nombre de la macro local por su contenido. Así, la opción xline(`lp') del comando twoway agrega una línea vertical en el valor log(608.245) del eje horizontal.

Por último, la línea 40 utiliza la opción normal del comando hist para superponer al histograma de la variable lipcf una distribución normal con media y varianza iguales a las observadas.

```
26 * figura 2.6
27 * histograma lipcf
28 hist lipcf [w=pondera], bin(100) frac kdensity
29 more
30
31 * figura 2.7
32 * región 1 = Noroeste
33 * región 6 = Sur
34 local lp = log(608.245)
35 twoway (kdensity lipcf [w=pondera] if region==1) ///
36        (kdensity lipcf [w=pondera] if region==6), xline(`lp')
37 more
38
39 * figura 2.8
40 hist lipcf [w=pondera], bin(100) frac normal
```

Función de distribución

En este apartado se muestra cómo pueden graficarse las funciones de distribución presentadas en la sección 2.3.2 del cuerpo principal del capítulo. El primer paso para construir una función de distribución es ordenar −de menor a mayor− las observaciones de la encuesta según la variable de ingreso elegida, ipcf en nuestro caso (ver línea 4). En la línea 7 se crea la variable shrpop para almacenar la suma acumulada de la variable pondera. Así, la última observación de dicha variable (ver shrpop[_N]) contiene la población de referencia, computada como la suma de los factores de expansión individuales.[47] La línea 8 computa la proporción de la población que se

[46] En el segundo caso, se dice que el contenido de la macro local es una cadena de caracteres o *string*. En general, las cadenas de caracteres no pueden utilizarse en operaciones matemáticas. Además, su contenido suele definirse encerrado entre comillas dobles.

[47] La expresión _N hace referencia al número de observaciones en la base de datos. De forma más general, la expresión shrpop[#] hace referencia a la observación número # de la variable shrpop.

acumula hasta cada observación de la encuesta. En otras palabras, la variable `shrpop` se genera en dos pasos a partir de la variable `pondera`; empleando notación matemática,

(1) paso 1 $$shrpop_i = \sum_{j \leq i} pondera_j$$

(2) paso 2 $$shrpop_i = \frac{shrpop_i}{\sum_j shrpop_j}$$

donde $i = j$ se refieren a cada uno de los individuos de la encuesta de hogares. En términos de nuestro código de Stata, el denominador de la expresión (2) se encuentra en `shrpop[_N]` luego de ejecutar la línea 7.

La función de distribución presenta las variables `shrpop` e `ipcf` en los ejes vertical y horizontal, respectivamente (ver línea (12)). Se deja como ejercicio para el lector elaborar las otras funciones de distribución presentadas en la sección 2.3.2. Por su parte, la curva de Pen (ver figuras 2.12 y 2.13) se construye igual que la función de distribución pero se grafica invirtiendo los ejes.

```
 1 * cap2-func-dist.do
 2
 3 * ordenar según ipcf
 4 sort ipcf
 5
 6 * población acumulada ordenamiento ipcf
 7 gen shrpop = sum(pondera)
 8 replace shrpop = shrpop/shrpop[_N]
 9
10 * figura 2.9
11 * función de distribución acumulada
12 line shrpop ipcf
```

La elaboración de un gráfico con dos o más funciones de distribución superpuestas se pospone hasta el capítulo 4 del libro.

Diagrama de Pareto

En esta sección se muestra cómo replicar la figura 2.14 del texto, que muestra los diagramas de Pareto para las regiones Noroeste y Sur de México. En primer lugar, se ordenan las observaciones primero por región y luego en orden creciente según `ipcf` (ver línea 4). En la línea 7 se computa, para cada región, la suma acumulada de la variable `pondera`. El prefijo `by region:` ejecuta el comando a la derecha de los dos puntos para cada grupo en que puede dividirse la base de datos según la variable `region`, 8 regiones en nuestro caso[48] De hecho, el prefijo `by region:` funciona

[48] La utilización del prefijo `by` *varlist*`:` requiere que la base de datos esté ordenada según la lista de variables *varlist*. Alternativamente, puede emplearse el prefijo `bysort` *varlist*`:`.

dividiendo la base de datos en tantas partes como valores distintos tome la variable `region`. Por lo tanto, la última observación perteneciente a cada región (es decir, la número `_N` de cada región) contiene la población de referencia regional. Luego, se utiliza la sentencia `replace` para reemplazar el contenido de la variable `shrpop` por el resultado de dividir cada una de sus observaciones por la población de referencia regional (ver línea 8).

La línea 10 genera la variable `lpareto` a partir de la variable `shrpop`, siguiendo la explicación de la sección 2.3.4 del texto. En las líneas 12-15 se grafican, superpuestas, las curvas de Pareto correspondientes a las regiones Noroeste y Sur de México. Las líneas 18-21 repiten el ejercicio pero dejando de lado al 1% más rico de las poblaciones regionales.[49]

```
 1 * cap2-pareto.do
 2
 3 * ordenar según región + ipcf
 4 sort region ipcf
 5
 6 * población acumulada por región
 7 by region: gen shrpop = sum(pondera)
 8 by region: replace shrpop = shrpop/shrpop[_N]
 9
10 gen lpareto = log(1-shrpop)
11
12 * diagrama de pareto
13 twoway (line lpareto lipcf if region==1)  ///
14        (line lpareto lipcf if region==6), ///
15        legend(label(1 "Noroeste") label(2 "Sur"))
16 more
17
18 local cutoff = 0.99
19 twoway (line lpareto lipcf if region==1 & shrpop<=`cutoff')  ///
20        (line lpareto lipcf if region==6 & shrpop<=`cutoff'), ///
21        legend(label(1 "Noroeste") label(2 "Sur"))
```

Box-plot

Aquí se muestra cómo elaborar diagramas de caja o box-plot como los presentados en la sección 2.3.5 del texto. Como muestran los siguientes ejemplos, este tipo de gráfico es muy sencillo de construir utilizando Stata; ver comando `graph box`. La opción `nooutsides` deja de lado las observaciones no adyacentes a los percentiles 25 por abajo y 75 por arriba.[50] Se deja como ejercicio para el lector el análisis del código siguiente.

```
* cap2-box-plot.do

* generar log ipcf
gen lipcf = log(ipcf)

* figura 2.15
* box-plot
```

[49] En el apéndice I se explica la utilización de macros locales (ver línea 18).

[50] La forma de computar los valores no adyacentes puede consultarse en el manual sobre gráficos de Stata.

```
graph box ipcf [w=pondera], nooutsides
graph box lipcf [w=pondera], nooutsides
more

* figura 2.16
* box-plot
graph box ipcf [w=pondera]
graph box lipcf [w=pondera]
more

* figura 2.17
* box-plot

graph box lipcf [w=pondera] if region==1 | region==6, ///
      over(region, relabel(1 "Noroeste" 2 "Sur"))
```

Curva de Lorenz

En este apartado se muestra cómo pueden construirse las curvas de Lorenz introducidas en la sección 2.3.6 del capítulo. El primer paso consiste en ordenar a los individuos de menor a mayor según su ingreso, en nuestro caso contenido en la variable `ipcf` (ver línea 4). Las líneas 6-8 generan la variable `shrpop` de la misma forma en la que fue generada más arriba para construir el eje vertical de la función de distribución; contiene la proporción de la población que se acumula hasta cada observación de la encuesta - así, la última observación de la encuesta tendrá el valor 1 (100%).

Las líneas 10-12 crean la variable `shrinc` que contiene la proporción del ingreso que se acumula hasta cada observación de la encuesta. El ingreso acumulado se computa en la línea 11 teniendo en cuenta a los ponderadores. En la línea 12 el ingreso acumulado se expresa como proporción del ingreso total que registra la encuesta de hogares, contenido en la última observación de la variable `shrinc` (es decir, en `shrinc [_N]`), luego de ejecutar la línea 11 pero antes de ejecutar la línea 12. La línea 16 emplea el comando `line` para graficar la variables `shrinc` y `shrpop` en los ejes vertical y horizontal, respectivamente. Cabe hacer notar que el comando `line` se emplea sin ponderadores porque los mismos fueron empleados en la construcción de las variables `shrinc` y `shrpop`. Las líneas 18 a 35 se emplean para graficar, superpuestas, las curvas de Lorenz de las regiones Noroeste y Sur de México; la explicación detallada de este fragmento de código se deja como ejercicio para el lector.

```
 1 * cap2-lorenz.do
 2
 3 * ordenar según ipcf
 4 sort ipcf
 5
 6 * población acumulada ordenamiento ipcf
 7 gen shrpop = sum(pondera)
 8 replace shrpop = shrpop/shrpop[_N]
 9
10 * ingreso acumulado
11 gen shrinc = sum(ipcf*pondera)
12 replace shrinc = shrinc/shrinc[_N]
13
14 * figura 2.18
15 * curva de lorenz
16 twoway line shrinc shrpop
17
18 * figura 2.19
19 * curva de lorenz dos regiones
20 drop shrpop shrinc
```

```

* ordenar según región + ipcf
sort region ipcf

* población acumulada por región
by region: gen shrpop = sum(pondera)
by region: replace shrpop = shrpop/shrpop[_N]

* ingreso acumulado por región
by region: gen shrinc = sum(ipcf*pondera)
by region: replace shrinc = shrinc/shrinc[_N]

twoway (line shrinc shrpop if region==1)  ///
       (line shrinc shrpop if region==6), ///
       legend(label(1 "Noroeste") label(2 "Sur"))
```

Se deja como ejercicio para el lector agregar a los gráficos que genera el código anterior las líneas de perfecta igualdad.

Curva generalizada de Lorenz

La curva generalizada de Lorenz se construye a partir de la curva de Lorenz pero multiplicando su eje vertical por el ingreso promedio (ver sección 2.3.6 en el cuerpo del capítulo).

```
 1 * cap2-lorenz-generalizada.do
 2
 3 * figura 2.20
 4 * curva lorenz generalizada dos regiones
 5
 6 * ordenar según región + ipcf
 7 sort region ipcf
 8
 9 * población acumulada por región
10 by region: gen pop = sum(pondera)
11 by region: gen shrpop = pop/pop[_N]
12
13 * lorenz generalizada por región
14 by region: gen glorenz = sum(ipcf*pondera)
15 by region: replace glorenz = glorenz/pop[_N]
16
17 twoway (line glorenz shrpop if region==1)  ///
18        (line glorenz shrpop if region==6), ///
19        legend(label(1 "Noroeste") label(2 "Sur"))
```

Las líneas 1 a 11 no se modifican respecto de las utilizadas para estimar una curva de Lorenz; notar, sin embargo, que la variable `shrpop` la generamos ahora sobre la base de la variable `pop`. Las líneas 13-15 se emplean para construir el eje vertical de la curva generalizada de Lorenz. La línea 14 aplicada a cada región puede escribirse, utilizando notación matemática estándar, como

$$glorenz_i = \sum_{j \leq i} ipcf_j \, pondera_j$$

donde la sumatoria a la derecha del igual se realiza para todos los individuos j con ingreso inferior o igual al del individuo i, al igual que para construir una curva de

Lorenz, el primer paso consiste en ordenar a los encuestados según su `ipcf`. Luego, la línea 15 puede expresarse como

$$glorenz_i = \frac{\sum_{j \le i} ipcf_j \, pondera_j}{ipcf^T} \overline{ipcf}$$

donde $\overline{ipcf}$ es el ingreso per cápita familiar promedio e $ipcf^T$ es el ingreso per cápita familiar total; operando sobre la expresión anterior se obtiene la fórmula utilizada en el código para computar la variable `glorenz`,

$$glorenz_i = \frac{\sum_{j \le i} ipcf_j \, pondera_j}{ipcf^T} \frac{ipcf^T}{pop^T}$$

donde pop^T es la población total o de referencia. El resto del código que se emplea para graficar las curvas generalizadas de Lorenz es relativamente sencillo.

Curvas de incidencia del crecimiento

En este apartado se muestra cómo pueden estimarse las curvas de incidencia del crecimiento que aparecen en la figura 2.21 del texto. A modo de ejemplo, se computa la curva de incidencia del crecimiento para Argentina, 1992-2006, utilizando percentiles del ingreso per cápita familiar.

El código siguiente asume que los archivos `arg92.dta` y `arg06.dta` se encuentran en la carpeta indicada con el comando `cd`. El primero (segundo) contiene la EPH (Encuesta Permanente de Hogares) de Argentina para el año 1992 (2006). En la línea 3 se crea un bucle a través de los valores 92 y 06, correspondientes a los años de las encuestas que se emplean en el ejemplo.[51] La línea 5 carga una base de datos cuyo nombre comienza con "`arg`" y se completa con el valor de la macro local `i` (i.e., 92 en la primera iteración, y 06 en la segunda). La opción `clear` del comando `use` elimina las variables y etiquetas de la base de datos antes de abrir el archivo **dta** que se indica. En las líneas 7-9 se realiza un ajuste por inflación si la base de datos que se abre es la correspondiente a 1992; en particular, se expresa el `ipcf` de dicho año a precios de 2006. El ajuste se realiza multiplicando el valor de `ipcf` por 2.1, que representa un incremento de 110% del índice de precios al consumidor entre septiembre de 1992 y septiembre de 2006, meses a los que se refiere la información en las respectivas encuetas.[52] La línea 12 ordena la base de datos de menor a mayor según la variable `ipcf`. Las líneas 14-16 computan el porcentaje de población - notar el empleo de ponderadores - que se acumula hasta cada observación de la encuesta; la misma porción de código se utilizó más arriba para construir las curvas de Lorenz. La líneas 18-22

[51] En el apéndice I del libro se explica con detalle cómo pueden implementarse bucles en Stata.

[52] En realidad, en el caso de la encuesta de 2006, la información fue recolectada durante todo el segundo semestre de dicho año.

identifican el percentil de ingreso al que pertenece cada observación. La línea 20 itera, utilizando la macro local `j` como contador, desde uno hasta cien a intervalos de 1; en cada iteración se ejecuta el código contenido entre las llaves - notar que estas iteraciones se realizan para cada uno de los valores que puede tomar la macro local `i` (ver `foreach` en línea 3). La línea 24 utiliza el comando `table` para computar el `ipcf` promedio para cada percentil de ingreso; la opción `replace` reemplaza la base de datos en memoria por el resultado del tabulado. Así, se genera una nueva base de datos con 100 observaciones que tiene dos variables: (1) `percentil`, y (2) `table1` que contiene el `ipcf` promedio de cada percentil.[53] La línea 25 renombra la variable `table1`. En la línea 26 se ordena la nueva base de datos según la variable `percentil`; este paso es necesario para realizar ─en un paso posterior─ la unión entre las bases de datos con `ipcf` promedio por percentil de 1992 y 2006. La línea 27 almacena dicha base de datos con un nombre que se completa con el contenido de la macro local `i`; la opción `replace` del comando `save` reemplaza la base de datos del mismo nombre si ya existe. La línea 30 agrega a la base de datos con los `ipcf` promedio de 2006 la base de datos con los `ipcf` promedio de 1992 (ver comando `merge`). En la línea 31 se genera la variable `chg` con el cambio en el `ipcf` promedio para cada percentil del ingreso per cápita familiar. Por último, la línea 32 grafica la curva de incidencia del crecimiento para Argentina, 1992-2006.

```
 1 * cap2-incidencia-crecimiento.do
 2
 3 foreach i in 92 06 {
 4
 5   use "arg`i'.dta", clear
 6
 7   if "`i'" == "92" {
 8     replace ipcf = ipcf * 2.0994
 9   }
10
11   * ordenar por ipcf
12   sort ipcf
13
14   * computar porcentaje acumulado población
15   gen shrpop = sum(pondera)
16   replace shrpop = shrpop/shrpop[_N]
17
18   * identificar percentil de ipcf
19   gen percentil = .
20   forvalues j = 1(1)100 {
21     replace percentil = `j' if shrpop > (`j'-1)*0.01 & shrpop <= `j'*0.01
22   }
23
24   table percentil [w=pondera], c(mean ipcf) replace
25   rename table1 ipcf`i'
26   sort percentil
27   save "percentil_arg`i'", replace
28 }
29
30 merge 1:1 percentil using "percentil_arg92"
31 gen chg = 100 * (ipcf06/ipcf92 - 1)
32 twoway line chg percentil, xlabel(#10)
```

[53] El nombre `table1` lo elige Stata por defecto. La opción `name` del comando `table` puede emplearse para elegir un nombre distinto.

Se deja como ejercicio para el lector agregar al gráfico que genera el bloque de código anterior intervalos de confianza del 95% para la curva de incidencia del crecimiento.

POBREZA Y DESIGUALDAD EN AMERICA LATINA:

CONCEPTOS, HERRAMIENTAS Y APLICACIONES ♣

Capítulo 6

DESIGUALDAD MONETARIA

♣ Este documento corresponde al capítulo 6 del libro *Pobreza y Desigualdad en América Latina. Conceptos, herramientas y aplicaciones* por Leonardo Gasparini, Martín Cicowiez y Walter Sosa Escudero; Editorial Temas. El libro se realizó en el marco del CEDLAS, el Centro de Estudios Distributivos, Laborales y Sociales de la Universidad Nacional de La Plata (*cedlas.econo.unlp.edu.ar*). Por favor, no citar sin permiso.

Índice del capítulo 6

6.1. Introducción

En todas las sociedades del mundo existen diferencias entre personas, tanto en términos de oportunidades como de logros socioeconómicos. La desigualdad es, de hecho, una característica distintiva de las formas de organización humana, al menos desde el surgimiento de la agricultura, hace más de 10.000 años. Naturalmente, el grado y carácter de las desigualdades ha ido cambiado a lo largo de la historia hasta tomar su forma actual, la cual difiere significativamente entre unidades políticas y geográficas.

El estudio de la desigualdad −su medición, sus determinantes, las políticas dirigidas a reducirla− constituyen un área de enorme relevancia en las ciencias sociales, y un campo en el que, como pocos, se cruzan la investigación objetiva, los juicios de valor y las ideologías. Casi indefectiblemente toda discusión distributiva tiene implícita una posición sobre lo aceptable o no de las diferencias económicas entre las personas, sus causas y la necesidad de realizar esfuerzos compensadores para reducirlas.

La vasta literatura sobre desigualdad incluye discusiones filosóficas sobre el concepto de equidad, propuestas sobre medición, y un arduo debate sobre la relevancia del problema y los instrumentos para aliviarlo. Este capítulo trata algunos temas centrales desde una perspectiva económica, con el objeto de permitir al lector participar de la investigación y las discusiones distributivas con una dotación más nutrida de herramientas técnicas y conceptuales.

Si bien la desigualdad es un fenómeno mundial, su estudio es particularmente relevante en América Latina, una región caracterizada por anchas brechas socioeconómicas. De hecho, algunos sostienen que América Latina es la región más desigual del mundo.[1] Más allá de su posición exacta en el ranking internacional, es claro que una caracterización de las economías latinoamericanas estaría incompleta sin una mención a su alto grado de desigualdad.

El concepto de desigualdad está estrechamente relacionado con el de inequidad. La preocupación por la desigualdad socioeconómica entre personas proviene de presumir que es consecuencia o reflejo de alguna situación injusta, éticamente cuestionable y, por consiguiente, merecedora de alguna acción reparadora. En la realidad, no siempre este es el caso: algunas diferencias en los resultados económicos provienen de diferencias en el esfuerzo o el talento y, por lo tanto, esas desigualdades no son necesariamente consideradas inequitativas. La sección 6.2 de este capítulo resume la literatura sobre concepciones de equidad y repasa los argumentos por los cuales deberíamos preocuparnos (o no) por la desigualdad.

La búsqueda de la equidad puede implicar costos en términos de eficiencia. Es común argumentar sobre el conflicto de objetivos (*trade-off*) entre eficiencia económica y equidad distributiva a la hora de evaluar políticas. La sección 6.3 precisa los términos de

---

[1] BID (1998), De Ferranti *et al*. (2004), Morley (2001), Bourguignon y Morrison (2002), entre otros.

este *trade-off* en un marco microeconómico de fronteras de posibilidades y funciones de bienestar agregado.

Las desigualdades pueden manifestarse en múltiples dimensiones. Para avanzar ordenadamente en su estudio este capítulo se concentra en la medición de la desigualdad en el espacio unidimensional de alguna variable monetaria, como el ingreso o el consumo. La sección 6.4 es la primera de una serie de secciones técnicas en las que se resume la extensa literatura de medición de la desigualdad unidimensional y se la ilustra con ejemplos de América Latina. En esa sección se discuten axiomas y se presentan indicadores de desigualdad, en la sección 6.5 se examina la robustez de las evaluaciones distributivas y su significatividad estadística y económica, mientras que en la sección 6.6 se introduce el análisis de descomposiciones que permiten cuantificar la proporción de la desigualdad que es producto de diferencias entre grupos y la que resulta de diferencias dentro de cada grupo. Por su parte, en la sección 6.7 se discuten algunos problemas prácticos de medición y el impacto de cambios metodológicos sobre las evaluaciones de desigualdad. La sección 6.8 cierra el capítulo resumiendo la evidencia empírica disponible sobre desigualdad monetaria en América Latina, incluyendo comparaciones con el resto del mundo.

El tratamiento de la desigualdad no monetaria y multidimensional, la desigualdad de oportunidades, y otras dimensiones distributivas como la polarización, la movilidad y el bienestar agregado se posponen para el siguiente capítulo.

6.2. Equidad distributiva y desigualdad

¿Qué entendemos por equidad distributiva? ¿Cuál es su relación con la desigualdad? Estas son preguntas conceptuales intensamente debatidas en filosofía y otras ciencias sociales. El resultado de ese debate difícilmente pueda ser resumido de forma adecuada en el breve espacio de esta sección. El objetivo de las próximas páginas es, entonces, introducir al lector a un conjunto de términos y argumentos fundamentales que ayudan a pensar el problema de la equidad y la desigualdad e incentivarlo para adentrarse en una cautivante literatura, en gran parte fuera de la órbita tradicional de la economía. Etimológicamente, los términos *equidad* e *igualdad* son casi equivalentes. *Equidad* deriva del latino *aequitas*[2], que es antónimo en esa lengua de *iniquitas*, nombre formado sobre el adjetivo *iniquus* que significa *desigual*.[3]

Pese a esta raíz semejante, y a un uso coloquial a menudo intercambiable, los términos *equidad* e *igualdad* son conceptualmente diferentes. Igualdad es un término descriptivo: que el ingreso de una persona sea igual o no al ingreso de otra persona es un hecho de la realidad, factible de comprobar sin involucrar ningún juicio de valor. En contraste,

[2] *Aequitas* era en la mitología romana la diosa del comercio justo y de los comerciantes honestos.
[3] En este libro usamos el término más moderno *inequidad*, en lugar del también correcto *iniquidad*, para aludir al antónimo de *equidad*.

equidad es un concepto normativo. Para evaluar a una situación desigual como justa o injusta es necesario tomar una posición ética que, o bien desestime las diferencias como aceptables o justificadas, o las considere moralmente cuestionables.

Ahora bien, puntualizada esta importante diferencia, debe reconocerse que se trata de términos estrechamente relacionados. Como argumenta Amartya Sen (1973, 1992), todas las concepciones de equidad se caracterizan por la búsqueda de la igualdad en algún factor. Los enfoques difieren en la identificación de la variable que consideran importante igualar para alcanzar una situación equitativa. A riesgo de sobre-simplificar la discusión, es posible distinguir dos grandes corrientes: la primera concibe a la equidad como igualdad de resultados y la segunda como igualdad de oportunidades.

6.2.1. Equidad como igualdad de resultados

Los resultados son consecuencia, al menos parcialmente, de la acción deliberada de las personas. El ingreso de una persona, por ejemplo, es una variable de resultado dado que, al menos en parte, es determinado por decisiones de la persona respecto de su esfuerzo, capacitación, toma de riesgos y diversas elecciones laborales y familiares.[4]

De acuerdo con la concepción de equidad como igualdad de resultados, una situación resulta inequitativa cuando los resultados económicos entre las personas difieren. Todo acercamiento hacia la igualdad de resultados representa un avance hacia el objetivo de equidad social. De acuerdo con esa concepción, las sociedades deberían buscar la igualdad en la distribución de las variables económicas de resultado: el ingreso, el consumo, la riqueza y la utilidad, entre otras.

Antes de examinar los problemas de esta visión, nótese que la concepción de equidad como igualdad de resultados es la que, a menudo implícitamente, está detrás de la mayor parte de las mediciones distributivas en la práctica. Es común que tanto gobiernos como investigadores produzcan estadísticas de desigualdad en la distribución del ingreso. Supongamos que la participación del quintil 5 en el ingreso total ha aumentado entre dos momentos del tiempo, mientras que la participación del quintil 3 ha caído. Todos los índices usuales (que examinaremos en la sección 6.4) reflejarán un aumento en el nivel de desigualdad. La interpretación extendida ante un indicador de desigualdad de ingresos creciente es la de una sociedad que se vuelve más inequitativa. En esta visión, es la desigualdad en resultados (en este caso, de ingresos) lo que es considerado injusto y, por ende, motivo de preocupación.

La concepción de equidad como igualdad de resultados enfrenta algunas críticas importantes, extensamente discutidas por la filosofía política.[5] Supóngase el caso de dos hermanos gemelos criados en el mismo ámbito, a los que se les ofrecen las mismas

[4] Naturalmente, estas decisiones están sujetas a restricciones. Lo importante es que el individuo mantenga algún margen de elección para que la variable sea de resultado.

[5] Ver Arneson (1989), Dworkin (1981), Le Grand (1991), Rawls (1971), Roemer (1998) y Sen (1992, 2009), entre otros.

oportunidades. Motivados solo por preferencias distintas, uno de los hermanos estudia y trabaja intensamente, mientras que el otro elige una vida menos sacrificada. Al cabo de un tiempo es probable que el primer hermano alcance niveles de ingreso y riqueza superiores al segundo. Sin embargo, esta desigualdad en resultados económicos posiblemente no sea considerada inequitativa por mucha gente. Más aun, es posible que la desigualdad sea vista como deseable: es justo que si los dos hermanos realizan niveles de esfuerzo distintos, sus premios económicos difieran.[6] El ejemplo de los gemelos es extremo, pero ilustra un punto importante: dado que el ingreso es en parte consecuencia de acciones deliberadas de las personas que implican decisiones sobre su esfuerzo, sacrificio y riesgo, las diferencias que resultan de estas elecciones no son necesariamente percibidas como injustas y, en consecuencia, no es evidente que deban ser motivo de preocupación ni de políticas compensatorias.

Una segunda crítica al concepto de equidad como igualdad de resultados surge de notar que las personas suelen aceptar disparidades de ingreso que provienen de diferencias evidentes en talentos o méritos. A poca gente le molesta que un futbolista talentoso gane más que uno mediocre, aun en el caso en que estas diferencias provengan enteramente de habilidades innatas y no estén relacionadas en absoluto con diferencias en el esfuerzo. La desigualdad en resultados en este contexto no es evaluada en general como injusta.[7] Nótese que otras variables de resultado, como el consumo, la riqueza o la utilidad enfrentan problemas parecidos. Personas más talentosas posiblemente obtengan mayores niveles de ingreso, y también de consumo, riqueza y posiblemente utilidad, que personas menos talentosas, lo cual para la mayoría de la población no es percibido como injusto, siempre que las diferencias no sean injustificadamente grandes.

Las dos críticas anteriores están basadas en un mismo principio: no parece adecuado comparar resultados sin evaluar las circunstancias en las que estos se generan. Surgen así otras alternativas a la concepción de equidad basada en la igualdad de resultados. La principal, en términos de su aceptación en la opinión pública y su estudio por los investigadores, es la de igualdad de oportunidades.[8]

6.2.2. Equidad como igualdad de oportunidades

La visión más extendida de la idea de igualdad de oportunidades subraya la importancia de dividir a los factores que determinan un resultado en aquellos que el individuo elige y aquellos sobre los que no ejerce control, comúnmente llamados *circunstancias*.[9] Si la

---

[6] Naturalmente, puede ser también eficiente económicamente que quien más se esfuerce tenga un premio mayor, pero acá vamos a ignorar esa preocupación, ya que estamos tratando concepciones de equidad y no de eficiencia. La próxima sección trata estos dos temas conjuntamente.

[7] El concepto de *meritocracia*, un orden en el que los premios están determinados solo por el mérito, y sus implicancias de política han recibido creciente atención por parte de la teoría económica. Arrow *et al.* (2000) es una referencia obligada para quienes estén interesados en el tema.

[8] Una visión que tuvo importante aceptación en décadas pasadas es la de equidad como ausencia de envidia. Según este enfoque una distribución es justa si nadie envidia la situación de otros, una vez considerados conjuntamente resultados y esfuerzos. Ver Varian (1974), Baumol (1986) y Zajac (1995).

[9] Roemer (1998) es una referencia clave en esta literatura.

desigualdad en resultados es consecuencia de factores que van más allá del control de los individuos, esta situación es declarada injusta. En cambio, la desigualdad dentro de un grupo de personas que comparten las mismas circunstancias y eligen libremente no es considerada injusta.[10]

El concepto de igualdad de oportunidades genera menos discusiones que el de igualdad de resultados y es aceptado con igual fuerza por diferentes ideologías. Personas con preferencias políticas de "derecha" e "izquierda" posiblemente coincidan en la importancia de la igualdad de oportunidades. Las diferencias ideológicas seguramente surgen en la etapa de identificación de los factores que determinan los resultados económicos. En este sentido, individuos más identificados con la "derecha" tienden a pensar que una parte importante de los resultados económicos provienen del esfuerzo, las decisiones voluntarias, la toma de riesgos y el talento. En ese escenario, buena parte de las diferencias de resultados son aceptables y no merecen la implementación de políticas compensatorias, las cuales, además de ineficientes, son consideradas injustas por favorecer a quienes menos se esfuerzan. Por otro lado, individuos con ideas de "izquierda" tienden a pensar que los resultados económicos son en su mayor parte determinísticos y dependen de factores que la persona no puede alterar, ya sea porque ocurrieron cuando era niño (bajo nivel educativo, deficiente alimentación, ambiente familiar y social difícil), o porque limitan sus decisiones presentes (discriminación, desempleo involuntario, etc.). En ese contexto, las diferencias de resultados son vistas como inequitativas y en consecuencia merecedoras de acciones compensatorias. De hecho, es posible que en el núcleo de las principales discrepancias ideológicas entre personas estén las diferentes percepciones sobre los factores que determinan las diferencias en los resultados socioeconómicos.

Si bien el concepto de igualdad de oportunidades es atractivo y de amplia aceptación pública, su implementación empírica es compleja. La noción de "oportunidad" no tiene un correlato empírico claro, mientras que la comparación de conjuntos de oportunidades, en lugar de simples números (escalares) como en el caso del ingreso, no permite un orden completo y por lo tanto no está exenta de ambigüedades. Esta es la principal razón por la cual la enorme mayoría de los estudios sobre equidad se concentra en la distribución del ingreso u otra variable de resultado, en lugar de focalizarse en conceptos más ambiciosos, como el de oportunidades. De cualquier forma, existe una literatura empírica creciente sobre igualdad de oportunidades que será revisada en el siguiente capítulo.

La idea de igualdad de oportunidades no está exenta de problemas conceptuales. En principio la división entre variables de elección y circunstancias no es obvia. Puede argumentarse en el extremo que todos los factores personales que determinan los resultados son exógenos: después de todo, una persona no elige sus preferencias, ni su

---

[10] Un enfoque relacionado es el de capacidades de Sen (1992, 2009), comentado en el capítulo 5. Según este autor el análisis de equidad debe centrarse en determinadas funciones básicas (*functionings*). Equidad, de acuerdo con este enfoque, es una situación de igualdad de capacidades para cumplir satisfactoriamente esas funciones.

aversión al esfuerzo, ni su talento. En un contexto donde todo es circunstancia, cualquier desigualdad de resultados es injusta y el enfoque de oportunidades converge al de resultados. Aun cuando no tomemos la posición extrema de sostener que todo está dado, existen variables que claramente la persona no puede cambiar, como su talento innato, que generan diferencias de resultados que en general no son evaluadas como injustas. Por esta razón no parece razonable insistir en basar el enfoque de oportunidades en la división entre factores que el individuo elige y aquellos que no elige. Algunos autores proponen en cambio realizar la partición entre factores socialmente aceptables como fuentes de diferencias de resultados y factores no aceptables.[11] Supongamos que el ingreso de una persona depende de seis factores: su talento, su género, su raza, el estatus socioeconómico de su familia cuando era niño, sus preferencias innatas por ciertos trabajos y su grado de aversión al esfuerzo. Puede argumentarse que los seis factores son exógenos al individuo dado que este no los puede modificar a voluntad. Ahora bien, para la gran mayoría de las personas las diferencias en resultados que son producto solo de diferencias en género o raza son inaceptables, signo de discriminación y éticamente condenables. Para muchos también son inequitativas las diferencias de resultados que provienen de ambientes familiares disímiles. En contraste, es común aceptar diferencias de resultados que surgen de las elecciones libres de las personas entre diferentes actividades, motivadas solo por preferencias innatas distintas. Finalmente, es extendida la aceptación de aquellas diferencias económicas que resultan solo de la desigualdad en el talento o en la predisposición al esfuerzo.

El ejemplo sugiere que ciertos factores como el género o la raza son considerados fuentes inaceptables de diferencias en resultados, mientras que otros factores tan exógenos como ellos, como el talento o la predisposición al esfuerzo, son considerados fuentes aceptables de diferencias. La partición de variables depende de los juicios de valor del evaluador. Por ejemplo, para algunas personas la suerte puede ser un factor aceptable y para otros inaceptable. El conjunto de factores aceptables tiende a ser más amplio para las personas con ideología más orientada a la "derecha" que para aquellas más a la "izquierda". Las sociedades también pueden diferir en estas evaluaciones. Se sostiene que en América Latina o Europa las diferencias de resultados basadas en la suerte, las preferencias o el talento son menos aceptadas que en Estados Unidos.[12]

Existe una complicación adicional muy relevante. Si bien las personas tienden a aceptar diferencias en resultados que surgen de fuentes aceptables, no suelen convalidar cualquier brecha. Se acepta que una persona gane más que otra si es más talentosa o se esfuerza más, pero se rechaza que la diferencia de ingresos sea muy pronunciada. A muchos les parecería razonable una sociedad donde las personas más inteligentes sean mejor remuneradas, pero no convalidarían una sociedad con grandes brechas

[11] Ver Gasparini (2003) para una discusión de este punto.

[12] Una creciente literatura busca documentar y dar cuenta de estas diferencias, usualmente en modelos de equilibrios múltiples. Ver Alesina y Angeletos (2005) y Benabou y Tirole (2006).

socioeconómicas aunque estas respondieran estrictamente a diferencias reales de productividad basadas en la inteligencia.

En síntesis, es probable que cada persona evalúe el grado de inequidad asociado a una situación de desigualdad de resultados sobre la base de la evaluación de la magnitud de la brecha de resultados y a los factores que la generan. La idea de equidad está ligada al diferencial de ingreso (u otra variable de resultado) que es considerado aceptable como consecuencia de cada uno de sus determinantes. Por lo tanto, la evaluación de una situación en términos de equidad responde tanto a percepciones de cómo funciona el mundo (*e.g.* sobre los factores que determinan los resultados), como a posiciones éticas. Son muy frecuentes las discusiones acerca del grado de equidad de una determinada situación, de un reclamo o de una política. Nuestra posición frente a cada caso está profundamente afectada por nuestra percepción de los factores que determinan las diferencias en resultados y por nuestra evaluación de lo justificado de las brechas resultantes.

De esta discusión se desprende que para las evaluaciones de equidad resulta importante conocer si un determinado resultado es producto del talento innato del individuo o del ambiente en el que nació y se desarrolló. De hecho, esta es una de las preguntas más antiguas y debatidas en las ciencias en general y en economía en particular. Grandes personalidades como Hume (1748), Darwin (1859) y Freud (1930), entre otros, dedicaron esfuerzos a pensar sobre el tema.

De las discusiones anteriores surge la siguiente conclusión: si se comparte la concepción de equidad como igualdad de oportunidades, una porción del nivel de desigualdad en la distribución del ingreso registrado en las estadísticas es aceptable. El hecho de documentar ingresos diferentes entre personas no es evidencia concluyente de una situación injusta por la que deba existir preocupación social. Esta preocupación sí surge cuando la desigualdad alcanza niveles "altos" o es significativamente creciente. De cualquier forma, establecer cuál es el nivel a partir del cual la desigualdad de resultados es preocupante, o establecer cuánto de la desigualdad existente es aceptable y cuánto no, es en gran parte materia opinable.[13] Ahora bien, el estudio de la desigualdad de resultados, que ha dominado la literatura distributiva y es uno de los ejes centrales de este libro, presupone que una parte significativa de las disparidades de resultados en el mundo real responde a factores no aceptables. Es esa presunción, crecientemente documentada con estudios empíricos, la que habilita a tratar la evidencia sobre desigualdad de resultados como signo de inequidad social.

[13] En un extremo, Rawls (1971) no encuentra justificaciones morales para que existan diferencias de nivel de vida entre individuos, por lo que en principio toda desigualdad es inaceptable. En el otro extremo, Nozick (1974), un famoso filósofo libertario, encuentra toda diferencia de ingresos aceptable y toda redistribución compulsiva como una violación de la libertad individual.

6.2.3. La preocupación por la desigualdad

¿Está la sociedad realmente preocupada por la desigualdad, ya sea de resultados u oportunidades? La pregunta es obviamente trascendente para justificar seguir leyendo este capítulo y gran parte del resto del libro. Si las personas no estuvieran interesadas por la desigualdad de la sociedad en la que viven, el estudio de esta característica distributiva perdería gran parte de su motivación. Podríamos seguir estudiando la desigualdad por curiosidad científica o por sus potenciales efectos sobre otras variables económicas, pero no por razones normativas. Entonces, ¿es realmente la desigualdad un *mal*? A muchos lectores la pregunta puede parecerles trivial. Sin embargo, existen corrientes de pensamiento que no ven en la desigualdad económica nada objetable y, más aun, la consideran un elemento esencial para incentivar a las personas al esfuerzo y al progreso.

Al pensar sobre estos temas es importante tratar de independizar los conceptos de pobreza y desigualdad. Asumamos una sociedad sin pobreza. ¿Es la desigualdad un problema en este caso? La siguiente es una lista no exhaustiva de argumentos que desestiman la preocupación por la desigualdad, junto con los respectivos contrargumentos.

Desigualdad elegida o aceptable. Ciertos resultados desiguales pueden ser consecuencia de elecciones libres o de diferencias en talentos. Si una persona se esfuerza más que otra, elige libremente un trabajo mejor pago, o es más talentosa, no parece injusto que obtenga un premio económico mayor.

Contrargumento: Como discutimos anteriormente parte de las diferencias de resultados puede ser éticamente aceptable. En la realidad, sin embargo, es posible que una fracción no menor de las desigualdades provenga de diferencias en oportunidades, consideradas socialmente inaceptables, y en consecuencia motivo de preocupación. A su vez, como se discutió anteriormente, aun en un marco de total igualdad de oportunidades, la desigualdad de resultados emergente puede ser evaluada como excesiva y preocupante.

Para ilustrar este punto comencemos por preguntarnos, ¿qué hay de preocupante en las grandes diferencias salariales entre, digamos, un administrador de empresas y un antropólogo si una persona puede elegir libremente estudiar una u otra carrera con plena información sobre la distribución de sus ingresos futuros?[14] El argumento frente a este cuestionamiento es que el proceso generador de resultados puede ser considerado injusto. Puede parecernos éticamente cuestionable una situación en la que personas con preferencias o capacidades hacia los negocios terminen con ingresos mucho más altos que personas con inclinaciones o talentos hacia la antropología, las ciencias básicas o las artes, aun en el hipotético caso en que consideremos que la productividad social de estas sea menor.

[14] En el mismo espíritu, Nozick (1974) se pregunta: ¿cómo revelarse contra el salario exorbitante de un deportista famoso si es el resultado de gente que libremente paga entradas para verlo?

Supongamos el siguiente ejemplo, en el que la utilidad de la persona *i* si elige el trabajo *j* está dada por la función sencilla $U_{ij}=y_j-c_{ij}$. Asumamos que el ingreso y_j es igual a la productividad (privada y social), la cual es idéntica entre personas pero varía entre trabajos. Por su parte el costo *c* para *i* de realizar el trabajo *j* refleja las diferentes preferencias entre las personas por realizar distintas actividades. Supongamos dos personas, *A* y *B*, y dos trabajos, 1 y 2, con $y_2 > y_1$ tal que:

$$y_1 - c_{A1} > y_2 - c_{A2},\;\; y_2 - c_{B2} > y_1 - c_{B1},\;\; y_2 - c_{B2} > y_1 - c_{A1}$$

Ambos trabajos están disponibles para las dos personas, pero dadas las diferencias en preferencias, *A* elige el empleo 1 y *B* el 2, y como resultado tanto el ingreso como la utilidad de *A* son menores que los de *B* en el equilibrio. Nótese que las remuneraciones reflejan la productividad y que hay plena libertad de elección e igualdad de oportunidades. Pese a estas reglas de juego en apariencia justas, la magnitud de la diferencia de ingresos y utilidades en el equilibrio puede parecernos exagerada y éticamente cuestionable.[15] Después de todo, no puede responsabilizarse a *A* por tener preferencias sesgadas hacia el trabajo menos productivo 1. Si la diferencia de utilidades en el equilibrio nos "molesta" podemos intentar reducirla, por ejemplo gravando los ingresos en la actividad 2 y subsidiando la actividad 1.[16] En síntesis, aun un proceso generador de resultados sobre la base de productividades sobre una población con igualdad de oportunidades puede implicar desigualdad de resultados éticamente objetable.

Desigualdad eficiente. La desigualdad de resultados es un poderoso incentivo para esforzarse y progresar. Welch (1999) en un artículo provocativo publicado en el *American Economic Review*, titulado "En defensa de la desigualdad", recuerda que la desigualdad salarial genera incentivos a invertir en capital humano, por lo que constituye una condición esencial para el progreso. Las regulaciones que reducen la dispersión salarial suelen tener consecuencias negativas sobre la eficiencia. De hecho, una de las críticas centrales al socialismo, y una de las causas más verosímiles sobre su fracaso en las ocasiones en que fue implementado, es la incapacidad de las estructuras de remuneraciones uniformes para generar incentivos al esfuerzo y la innovación.

Contrargumento: Preocuparse por la desigualdad no significa desconocer los posibles *trade-offs* con la eficiencia económica, ni los costos de perseguir la igualdad de remuneraciones. La preocupación por la desigualdad es normativa y no resulta

[15] Un caso semejante, posiblemente aun más claro, es aquel en el que se accede a los empleos mejor remunerados sobre la base de la corrupción, pero en un marco de total "igualdad de oportunidades": accede a un ingreso superior quien acepte seguir un comportamiento corrupto. Parece poco razonable argumentar que la distribución de resultados es justa solo porque todos pueden elegir con libertad el tipo de empleo deseado.

[16] Es probable que la mayoría de las personas no tome una posición extrema y acepte parte de la diferencia de utilidad entre *A* y *B*, y por ende de la diferencia de ingresos $y_2 - y_1$, al considerar justificado que personas ganen más en trabajos más productivos, tratando asimismo de evitar que se generen desincentivos a que los individuos tomen los empleos de mayor productividad. En la práctica las sociedades suelen implementar esquemas redistributivos parciales de subsidios e impuestos a favor de ciertas actividades de productividad menor.

invalidada por reconocer sus posibles costos en otras dimensiones. Por otra parte, existen varios argumentos y evidencia empírica que sugieren que distribuciones más igualitarias permiten una mejor eficiencia asignativa y un mayor crecimiento. La sección siguiente trata este punto.

Igualdad como objetivo intermedio. Kaplow (2002) sostiene que resulta irrelevante medir la desigualdad, ya que esta es solo un componente del bienestar agregado de una sociedad. Los esfuerzos de medición deberían centrarse en ese objetivo final y no en uno intermedio. Más aun, focalizarse en la desigualdad puede ser pernicioso: un cambio paretiano en el que al menos un individuo progresa y nadie retrocede puede ser rechazado por quienes se preocupan exclusivamente por la desigualdad.

Contrargumento: Quienes estudian desigualdad son conscientes de este punto y reconocen que el objetivo último de una sociedad es maximizar el bienestar general y no reducir la desigualdad. En ese sentido, es probable que se aprueben cambios paretianos desigualadores. La medición y monitoreo de la desigualdad no implica en general sostener que su reducción es el objetivo social primario a perseguir independientemente de los costos. Por otra parte, si se sigue a Kaplow (2002) y se desestima el cómputo de la desigualdad por ser solo un componente del nivel de bienestar social, el mismo destino deberían seguir los cálculos del ingreso medio de una población (o su PIB per cápita), dado que la maximización del ingreso no es nunca el objetivo social primario en un marco de aversión por la desigualdad (ver siguiente sección).

Un punto adicional sobre el argumento de que todo cambio paretiano debe corresponderse con un aumento del bienestar general: en contraste con esta idea, se sostiene que la utilidad individual puede depender del ingreso relativo a un grupo de referencia, de modo que el aumento del ingreso de una persona sin caídas en el resto, no necesariamente es un cambio paretiano en términos de utilidad. En un reciente estudio del BID se brinda evidencia sobre la existencia de una paradoja del crecimiento para América Latina, según la cual en períodos de aumentos generalizados pero no uniformes de ingresos la felicidad puede disminuir (Lora, 2008).[17]

Desigualdad y envidia. Existen argumentos que desestiman la aversión a la desigualdad por considerarla proveniente principalmente de la envidia, un sentimiento éticamente criticable (Feldstein, 2005). Según este argumento, implementar políticas redistributivas destinadas a satisfacer preferencias provenientes de la envidia no parece razonable.

Contrargumento: se sostiene que la mayoría de las personas tienen preferencias por la equidad que surgen de principios más nobles que la envidia (Le Grand, 1991). Por otro lado, aun en el extremo en el que la preocupación por la desigualdad surja de la envidia,

[17] Existe un debate acerca de la relevancia de esta paradoja (a menudo conocida como "de Easterlin"). Layard, Mayraz, y Nickell (2009) encuentran que el ingreso relativo afecta el bienestar individual en datos de series de tiempo para países desarrollados. Usando datos de corte transversal mayoritariamente para países en desarrollo Deaton (2008) y Stevenson y Wolfers (2008) no encuentran evidencia a favor de esa hipótesis.

su estudio no debe desestimarse ya que esta es parte inherente del comportamiento humano (Milanovic, 2003).

Más allá de si éticamente se justifica o no preocuparse por situaciones de desigualdad, lo cierto es que en el mundo real las personas parecen tener preferencias por la igualdad. Existe abundante evidencia empírica en ciencias políticas, antropología, historia, sociología, psicología, neurociencias y economía sobre el disgusto del ser humano hacia ciertas situaciones de desigualdad, disgusto que proviene en general de la percepción de que esas situaciones son la manifestación de alguna injusticia, éticamente objetable.[18]

En las encuestas sobre valores y percepciones, cada vez más frecuentes y extensas, la mayoría de los entrevistados manifiesta preferencias por la igualdad. Ejemplos de estos hallazgos son reportados en Amiel y Cowell (2000) usando encuestas a estudiantes, Corneo y Gruner (2000) a partir del International Social Survey Programme, García Valiñas *et al*. (2005) con la World Values Survey, y Keely y Tan (2008) con la General Social Survey de Estados Unidos.

Las declaraciones políticas acerca de la importancia de la igualdad son habituales. Por citar solo un ejemplo, las Naciones Unidas proclamaron al 20 de febrero como Día Mundial de la Justicia Social con el argumento de que "… la justicia social, la igualdad y la equidad constituyen los valores fundamentales de todas las sociedades".

Son interesantes los resultados de experimentos en los que los individuos implícitamente manifiestan gusto por resultados más igualitarios. Por ejemplo, Fehr y Schmidt (2001) y Falk *et al.* (2003) reportan ese hallazgo en distintos tipos de juegos. En el juego del *ultimátum*, por ejemplo, se le ofrece a dos personas repartir una suma de dinero K aportada por el organizador del juego. El jugador A debe decidir cómo repartir esa suma, mientras que B decide aceptar o no esa propuesta. Lo interesante del juego es que si B no acepta, el juego termina y tanto A como B se quedan sin nada. Si se suponen individuos racionales no altruistas la predicción del resultado de este juego es que A propone quedarse con K-ε, con ε>0 y arbitrariamente pequeño, y B decide aceptar, dado que ε es más que nada. La realidad contradice esta predicción: en los experimentos realizados las personas tipo A reparten K de manera mucho más equilibrada, aunque no totalmente igualitaria, y las personas tipo B tienden a aceptar estas propuestas. Cuando hay un caso en el que A propone una división muy sesgada, B la rechaza. Algunos interpretan estos resultados como signo de las preferencias por resultados "justos", que en este caso se identifican como aquellos que implican repartos aproximadamente igualitarios.

Es interesante una extensión del juego en la que los participantes deben resolver un problema analítico antes de comenzar. El ganador de esta prueba inicial tiene derecho a ser el participante A y el perdedor toma el lugar de B. En estos casos el juego suele terminar en repartos más desequilibrados a favor de A. Una posible interpretación es que el resultado de la prueba establece implícitamente un orden de méritos entre los

[18] Sobre la formación de preferencias con aversión a la desigualdad, consultar Dawes *et al*. (2007), Fehr y Schmidt (1999) y Tricomi *et al*. (2010).

jugadores, que de alguna forma legitima una división del premio más sesgada hacia el que se ha revelado como más "talentoso". El jugador *A* se siente merecedor de un premio algo mayor, y *B* lo convalida. De cualquier forma, aun en estos casos nunca se llega al caso de total desigualdad.

Una última reflexión sobre este tema. Es importante no encerrarse en ejemplos al pensar y debatir acerca de la desigualdad. Los ingresos entre las personas son distintos por múltiples razones. Algunas de ellas nos pueden parecer aceptables, como en el caso de una persona talentosa o esforzada de ingresos altos, y otras inaceptables, como en el caso de una persona de ingresos bajos ocasionados por la falta de acceso a una educación formal de niño. No es razonable citar un ejemplo del primer tipo (desigualdad aceptable) para desestimar la relevancia de los problemas distributivos, su estudio y toda política redistributiva, así como tampoco es razonable citar un ejemplo del segundo tipo (desigualdad inaceptable) para argumentar que toda desigualdad es condenable y justificar cualquier política redistributiva.

Más allá de las razones normativas extensamente discutidas en esta sección, el estudio de la desigualdad puede estar justificado por razones instrumentales. La desigualdad puede tener consecuencias negativas o positivas sobre otras variables socioeconómicas o políticas, por lo que medir y analizar la desigualdad es un paso indispensable para entender otros fenómenos. Existe, por ejemplo, una vasta literatura sobre el efecto de la desigualdad sobre el crecimiento económico, el crimen o los resultados políticos.[19]

Equidad vertical, horizontal y específica

Las discusiones previas, al igual que el resto del libro, se refieren a la equidad *vertical*, que implica el tratamiento de personas en condiciones socioeconómicas diferentes. En contraste, la equidad *horizontal* alude al análisis de individuos en situaciones similares. Hay equidad horizontal cuando se trata de manera igualitaria a personas en condiciones semejantes. En algunas áreas, como la política impositiva, el concepto de equidad horizontal resulta central. Algunos autores hablan de equidad *específica* para referirse al objetivo de alcanzar situaciones de igualdad respecto del consumo de ciertos bienes o servicios determinados, como la educación básica (Tobin, 1970).

6.3. Eficiencia, equidad y funciones de bienestar

Los términos *eficiencia* y *equidad* son a menudo presentados como antagónicos, representativos de dos metas contrapuestas: avanzar hacia una de ellas implicaría retroceder en el camino hacia la otra. De hecho, una acusación común a la economía

[19] En el caso del crecimiento económico, por ejemplo, la evidencia empírica aún no es concluyente sobre la dirección del efecto, pero pocos autores encuentran un impacto neutro. Ver el *World Development Report* (2006) del Banco Mundial para una extensa discusión de argumentos instrumentales que justifican el estudio de la desigualdad.

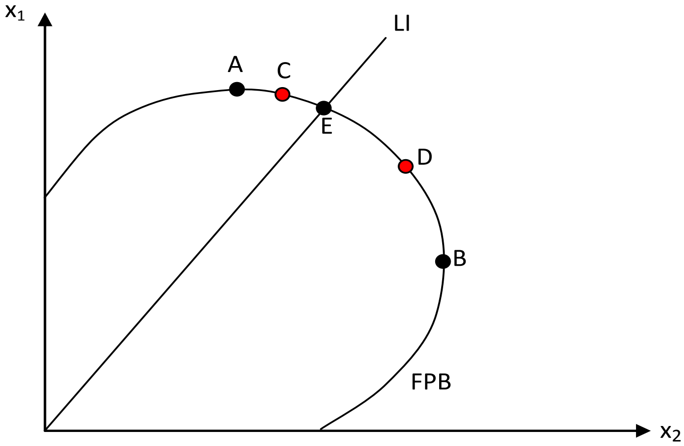
remarca su sesgo a focalizarse en la búsqueda de la eficiencia, minimizando la relevancia de la equidad. Esta sección pretende contribuir a clarificar la relación entre estos dos objetivos.

Comencemos por asumir un mundo estático y definamos eficiencia desde el punto de vista social como toda situación Pareto-óptima, es decir, toda situación en la que es imposible mejorar el bienestar de una persona sin disminuir el de otra. Asumamos que podemos medir el nivel de vida individual mediante una variable monetaria x (a la que llamaremos por comodidad *ingreso*) y definamos una frontera de posibilidades de bienestar, que indica el máximo nivel de vida alcanzable por un individuo, dado un determinado nivel de vida para el resto de las personas, asumiendo constantes la tecnología, la dotación de factores de la economía y las preferencias individuales. La figura 6.1 ilustra esa frontera de posibilidades de bienestar (FPB) para el caso de dos personas. Las asignaciones eficientes ─o Pareto-óptimas─ están representadas por todos aquellos puntos en los que la FPB tiene pendiente negativa (aquellos entre A y B).

Para simplificar la discusión, pensemos a la equidad simplemente como igualdad de los niveles de vida x. La recta de 45 grados de la figura 6.1 – línea de igualdad LI- ilustra las asignaciones igualitarias y, en este contexto, equitativas.

Es importante notar que las asignaciones socialmente eficientes no son únicas; de hecho, el número de puntos eficientes en la FPB es infinito. Cada uno de los puntos sobre la FPB implica una distribución particular del bienestar. En puntos como C la persona 1 es la beneficiada mientras que en puntos como D la persona 2 es la que resulta privilegiada.

Figura 6.1
Frontera de posibilidades de bienestar
Eficiencia: puntos entre A y B



Nota: FPB= frontera de posibilidades de bienestar; LI=línea de igualdad

Optimalidad y funciones de bienestar social

¿Cuál de todos los puntos de la FPB es el socialmente óptimo? Esta es una pregunta normativa que ha cautivado la atención de filósofos e investigadores sociales. La manera más extendida de tratar este problema en economía es postulando una función de bienestar social (FBS). Estas son funciones que resumen los niveles de vida de una población en un número y permiten, a través de la simple comparación de escalares, realizar evaluaciones del bienestar de una sociedad a través del tiempo, o comparar el bienestar agregado de poblaciones distintas. Las FBS más usadas son del tipo Bergson-Samuelson:

(6.1) $$W(x_1, x_2, ..., x_N) = W(x)$$

donde x representa a toda la distribución del ingreso ($x_1, ...x_N$). La función $W(x)$:$R^N \rightarrow R$ transforma un vector de números, que representan los niveles de vida de cada persona, en un escalar. Esa transformación no es arbitraria sino que responde a los juicios de valor de quien postula la FBS, ya sea el analista o el hacedor de política. La forma de la FBS está enteramente determinada por preferencias normativas.

Supongamos que un analista o hacedor de política debe evaluar el bienestar en dos circunstancias alternativas (*e.g.* dos puntos en la FPB de la figura 6.1). Si considera toda preocupación distributiva como irrelevante (un peso es un peso independientemente de quien lo reciba) su elección estará guiada por la maximización del ingreso de la sociedad. La función *W* para este analista será entonces la simple suma o promedio de ingresos de las personas de la población que evalúa. Supongamos otro analista que tiene preferencias por distribuciones más igualitarias. En este caso su función *W* debe ser tal que aumente ante transferencias de ingresos de personas más ricas a personas más pobres, lo cual no ocurre con la simple suma de ingresos.

La función de bienestar social es una herramienta útil para evaluar distribuciones, permitiendo sintetizar largos vectores de números que contienen los ingresos de toda la población en un escalar, y realizar así comparaciones, manteniendo la consistencia con los juicios de valor del evaluador. Es importante remarcar que la forma de *W* no es el reflejo de la agregación de las preferencias individuales de quienes componen la sociedad, sino que responde enteramente a los juicios de valor del analista: hay una función *W* por cada evaluador. También es importante puntualizar que en el mundo real difícilmente las decisiones de política económica surjan de una simple maximización de esta función por algún actor relevante o decisor benevolente. La relevancia analítica de las FBS reside en simplificar el análisis normativo más que en explicar los resultados fácticos.

En el análisis distributivo es usual establecer algunas propiedades de la función evaluadora FBS. Se trata de propiedades "razonables" que son útiles para restringir el análisis y hacerlo manejable. Las de uso más frecuente son:

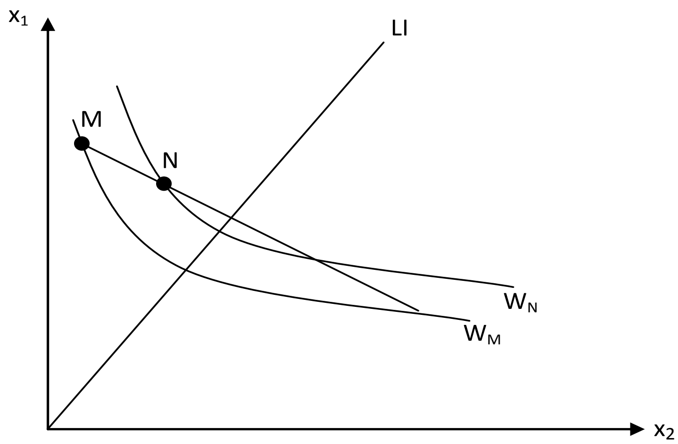
No paternalista: La FBS depende de los niveles de vida individuales x_i y no de la forma en que se alcanzan estos niveles. Este supuesto simplifica el análisis, aunque no se ajusta necesariamente a la realidad. A menudo tenemos preferencias paternalistas según las cuales, por ejemplo, preferimos que una persona reciba algún bien o servicio en especie en lugar del dinero equivalente para usar en lo que desee, a pesar de que el beneficiario prefiera esta segunda opción.

Paretiana: La FBS debe ser tal que ante dos distribuciones distintas x_A y x_B, si $x_{iB} \geq x_{iA}$ para todo $i \Rightarrow W(x_B) \geq W(x_A)$. Si el nivel de vida de ninguna persona cae entre la situación A y la B, y el de al menos una persona aumenta, entonces el bienestar agregado debe crecer.

Simétrica: Esta propiedad exige que si x_B es una permutación de x_A, entonces $W(x_B)=W(x_A)$. Una permutación implica que el vector x_B tiene exactamente los mismos valores de x_A pero en diferente orden. Si la FBS cumple con la propiedad de simetría se dice que es *anónima*.

Cuasicóncava: Esta propiedad exige que $W(\lambda x_A+(1-\lambda)x_B) \geq W(x_A)=W(x_B)$, con $\lambda \in [0,1]$. La cuasiconcavidad de la FBS implica curvas de indiferencia sociales convexas al origen como las graficadas en la figura 6.2.

Figura 6.2
Curvas de indiferencia de funciones de bienestar cuasicóncavas



Nota: W=curvas de indiferencia social ; LI=línea de igualdad

La propiedad de cuasiconcavidad, unida a la de simetría, implican el principio de las transferencias de Dalton-Pigou (que será formalizado más adelante en este capítulo):[20] el bienestar social no disminuye si hay una transferencia de un individuo más rico a uno más pobre que no altera sus posiciones relativas.[21] En el gráfico, una transferencia igualadora de la persona más rica (el individuo 1) a la más pobre (el individuo 2) a partir de la distribución inicial M permite pasar del nivel de bienestar W_M a un nivel superior W_N. Nótese que, para que esto ocurra, es clave que las curvas de indiferencia social sean convexas al origen.

[20] El principio fue sugerido por Pigou y formalizado por Dalton (1920).

[21] El bienestar social puede aumentar aun con una transferencia que altere las posiciones relativas, pero el principio de Dalton-Pigou no contempla este caso.

Es importante examinar las dos formas extremas que puede tomar la función de bienestar social: la utilitaria y la rawlsiana.

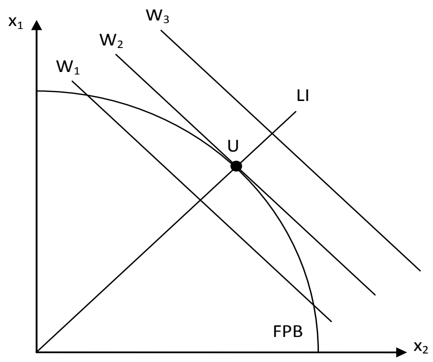
Función de bienestar utilitaria

Esta función refleja total indiferencia por cuestiones distributivas. Formalmente se define como la suma simple de los ingresos de las personas.

(6.2) $$W(x) = \sum_i x_i$$

Esta función también es conocida como función *Bentham* en referencia al filósofo, economista y jurista inglés de fines del siglo XVIII que propugnaba la maximización de la felicidad agregada como objetivo social. Nótese que una función de bienestar lineal como la presentada implica curvas de indiferencia social rectas con pendiente -1 (figura 6.3).

Figura 6.3
Curvas de indiferencia de una función de bienestar utilitaria
FPB simétrica

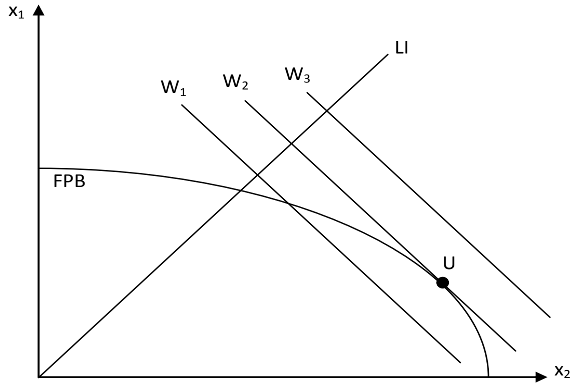


Nota: FPB= frontera de posibilidades de bienestar;
W=curvas de indiferencia social; LI=línea de igualdad

El punto *U*, donde la pendiente de la FPB es -1, es el óptimo social para un utilitarista. Se trata del punto en el que se maximiza el ingreso total de la población. A menudo, impropiamente, se llama a *U* asignación eficiente: vimos antes que en realidad todos los puntos de la FPB con pendiente negativa son eficientes.

Si la FPB fuera localmente simétrica en el entorno de la línea igualitaria LI entonces la pendiente de la FPB sería -1 sobre la LI y el equilibrio ocurriría en un punto perfectamente igualitario. Aun sin preocupaciones distributivas, un utilitarista elegirá igualdad total porque dada la concavidad de la FPB eso le garantiza la maximización del ingreso total. En la realidad, es probable que las capacidades generadoras de ingreso de las personas difieran y la FPB no sea simétrica.[22] En ese caso, un evaluador utilitarista preferiría una asignación desigual, como *U* en la figura 6.4.

Figura 6.4
Curvas de indiferencia de una función de bienestar utilitaria
FPB asimétrica



Nota: FPB= frontera de posibilidades de bienestar;
W=curvas de indiferencia social; LI=línea de igualdad

Función de bienestar rawlsiana

De acuerdo con esta función el bienestar social se iguala al mínimo nivel de vida entre los individuos de la población:

(6.3) $$W(x) = \min\{x_1, x_2, ..., x_N\}$$

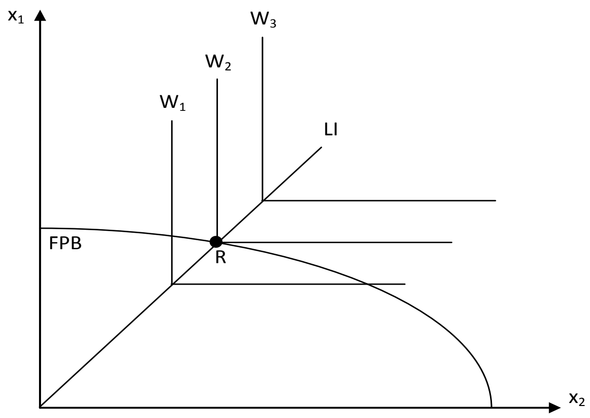
En este caso el bienestar solo aumenta si mejora la situación de la persona más pobre. Un gobierno motivado por esta FBS debería buscar maximizar el mínimo ingreso: de ahí el nombre *maximin* con el que también se conoce a esta función. El nombre *rawlsiana* proviene del filósofo estadounidense John Rawls, quien en su obra principal, *A Theory of Justice* (1971), desarrolla una teoría ética de la justicia opuesta a la utilitarista. Rawls argumenta que la función de bienestar social que guía la política redistributiva debe surgir de un contrato social firmado por todos los individuos "detrás del velo de la ignorancia", es decir, en un estado en el que nadie sepa el lugar que ocupará en la sociedad.[23] Rawls sostiene que en ese contexto se acordaría un contrato social que establezca la búsqueda de la maximización del bienestar de las personas más desfavorecidas.[24]

La FBS rawlsiana implica curvas de indiferencia en forma de L. De hecho, la rawlsiana es una función tipo Leontief de coeficientes fijos. Así como en estas funciones no es

[22] Consultar Mas Colell *et al.* (1995) para varios ejemplos de FPB no simétricas y casos con tramos con pendiente positiva.
[23] La idea de contrato social está presente ya en Hobbes, Locke y Rousseau, entre otros pensadores.
[24] En una reciente literatura sobre desigualdad multidimensional se argumenta que la combinación del principio de Pareto y un mínimo grado de aversión por la desigualdad implican preferencias sociales de tipo rawlsianas (Fleurbaey y Maniquet, 2010).

posible incrementar la producción aumentando la cantidad del insumo "sobrante", en la función rawlsiana el bienestar solo aumenta si crece el ingreso del más pobre. La figura 6.5 ilustra curvas de indiferencia rawlsianas con el punto óptimo *R*, el cual coincide con la asignación igualitaria, independientemente que la FPB sea o no simétrica.[25]

Figura 6.5
Curvas de indiferencia de una función de bienestar rawlsiana
FPB asimétrica



Nota: FPB= frontera de posibilidades de bienestar;
W=curvas de indiferencia social; LI=línea de igualdad

Volvamos a una forma general de la función de bienestar social. Es usual en la literatura utilizar una forma algo más restringida de esta función

(6.4) $$W(x) = \sum_i g(x_i)$$

donde *g*(.) es una función creciente y cóncava, es decir, $g'>0$ y $g''\leq 0$. La concavidad implica que la función se incrementa ante transferencias igualadoras. Para notar esto, supongamos una transferencia de una persona de mayor ingreso *k* a una de menor ingreso *j*, que no altera sus posiciones relativas:

(6.5) $$dx_j = -dx_k > 0, \quad x_j < x_k, \quad x_j + dx_j \leq x_k + dx_k.$$

Diferenciando (6.4),

(6.6) $$dW(x) = g'(x_j)dx_j + g'(x_k)dx_k$$

Utilizando (6.5) se llega a,

(6.7) $$dW(x) = (g'(x_j) - g'(x_k)).dx_j$$

Dado que $g(x)$ es cóncava $g'(x_j) \geq g'(x_k) \Rightarrow dW(x) \geq 0$, es decir, el bienestar no disminuye ante una transferencia igualadora (aumenta si $g(x)$ es estrictamente cóncava).

[25] Si la FPB tiene segmentos con pendiente creciente, es posible que el óptimo rawlsiano no sea el punto perfectamente igualitario.

Asumamos ahora por simplicidad que existen solo dos individuos; en este caso la curva de indiferencia de la función de bienestar se escribe como

(6.8) $$W^0 = g(x_1) + g(x_2)$$

donde W^0 indica un valor fijo de bienestar. Diferenciado totalmente la ecuación anterior y reordenando, podemos hallar una expresión para la pendiente de la curva de indiferencia social

(6.9) $$\frac{dx_1}{dx_2} = -\frac{g'(x_2)}{g'(x_1)} < 0$$

Dado que $g(x)$ es creciente, la pendiente de la curva de indiferencia es negativa. Diferenciando una vez más respecto de x_2,

(6.10) $$\frac{d^2 x_1}{dx_2^2} = -\frac{1}{g'(x_1)}\left[g''(x_2) + \frac{g'(x_2)^2}{g'(x_1)^2}.g''(x_1)\right] \geq 0$$

Puesto que $g(x)$ es cóncava, la pendiente de la curva de indiferencia social es decreciente en valor absoluto; es decir, estas curvas son convexas al origen. Esto no es de extrañar ya que (i) la función que estamos analizando es cóncava, (ii) todas las funciones cóncavas son también cuasicóncavas, y (iii) como hemos visto la cuasiconcavidad implica curvas de indiferencia sociales convexas.

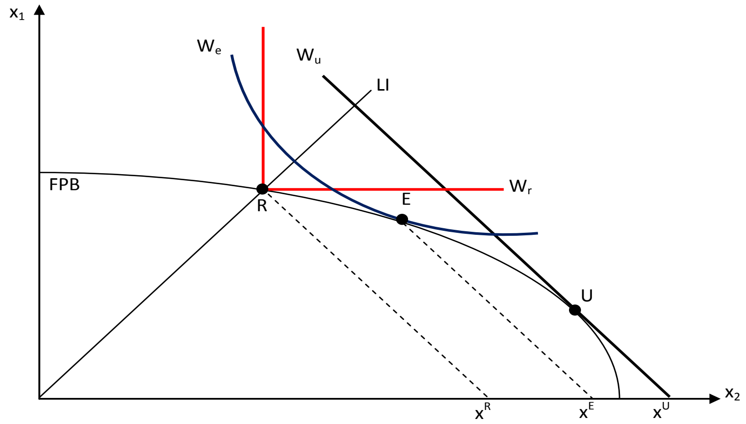
Nótese a partir de (6.9) que, en el caso en que $x_1 = x_2$, y solo en ese caso, la pendiente de la curva de indiferencia social es -1.[26] Intuitivamente esto significa que si los ingresos de las personas coinciden, para el evaluador es indiferente a quien se le asigna un peso adicional. En cambio, dada la convexidad de las curvas de indiferencia, si el ingreso de la persona 1 es inferior al del individuo 2, un peso adicional en manos de 1 es socialmente más valioso que en manos de 2.

Trade-offs

Consideremos ahora una frontera de posibilidades de bienestar entre dos personas con niveles de productividad diferentes. Sin pérdida de generalidad asumamos que la persona 2 es la más productiva, lo que vuelve a la FPB asimétrica como en la figura 6.6. Para determinar el óptimo social consideremos tres funciones alternativas: una utilitarista, una rawlsiana y una intermedia.

[26] Ignorando el caso de funciones de bienestar lineales.

Figura 6.6
***Trade-off* ingreso total - igualdad**



Nota: FPB= frontera de posibilidades de bienestar;
W=curvas de indiferencia social; LI=línea de igualdad

Supongamos que en el equilibrio sin intervenciones la economía se sitúa en U, el punto de máximo ingreso total (es el punto en el cual la pendiente de la FPB es -1). Esta es una asignación de marcada desigualdad: el ingreso de 2, la persona más productiva, es claramente superior al de la persona 1. Es posible en esta economía transferir ingreso al individuo 1, pero a costa de reducir el ingreso de 2 en mayor magnitud, desplazándonos hacia la izquierda sobre la FPB (piénsese por ejemplo en un sistema fiscal que transfiere ingreso a 1 gravando el trabajo de 2, y por lo tanto generando desincentivos y distorsiones, y caída en el ingreso total). Dado que carece de preocupaciones distributivas, un evaluador utilitarista no aceptaría este movimiento, eligiendo quedarse en U, donde el ingreso nacional es máximo. En cambio, tanto un evaluador rawlsiano como uno con preferencias intermedias prefieren resignar algo de producto total a fin de moverse hacia una distribución más igualitaria.

Ahora bien, a medida que avanzamos sobre la FPB hacia la izquierda, por un lado, la economía exige mayores sacrificios en el ingreso de 2 para obtener un mismo monto de incremento en el ingreso de 1, y por otro lado las ganancias de 1 son cada vez menos valoradas socialmente, a medida que el ingreso de 1 aumenta. Llega un punto en que el evaluador con preferencias intermedias *We* prefiere resignarse a una distribución algo desigual con tal de no seguir deteriorando más la productividad y el ingreso total, y elige así como óptimo un punto como E. En contraste, un rawlsiano busca maximizar el ingreso del más pobre sin importar el costo económico agregado de esta meta, lo cual lo lleva a seguir moviéndose sobre la FPB hasta el punto de igualdad R.

Las tres asignaciones óptimas elegidas, R, E y U tienen asociadas tanto un nivel de igualdad, factible de medir como la distancia a LI, como un ingreso agregado *X*, el cual puede computarse gráficamente como la distancia entre el origen y el punto donde la recta de pendiente -1 que pasa por la asignación elegida corta el eje horizontal (o vertical). Nótese que el ranking de las tres asignaciones R, E y U es exactamente el inverso si se las ordena por el ingreso total o por el grado de igualdad. Este ejemplo ilustra el *trade-off* entre ingreso agregado e igualdad: mientras que la igualdad tiene un costo en términos de ingreso agregado, elegir asignaciones con ingreso más alto tiene costos en términos de igualdad. Nótese que el *trade-off* es entre ingreso e igualdad, no entre eficiencia y equidad: todos los puntos de la FPB del gráfico son eficientes y recuérdese de la sección anterior que equidad e igualdad de ingreso son dos conceptos diferentes.

La discusión anterior es estática. En la realidad, la FPB puede expandirse (o contraerse) a medida que pasa el tiempo. Existen argumentos según los cuales elegir una asignación más igualitaria genera una mayor tasa de expansión de la frontera.[27] Si esto fuera así, el *trade-off* podría desaparecer al adoptar una perspectiva dinámica. Sin embargo, es factible que la asignación que maximiza la tasa de crecimiento de la FPB (la asignación dinámicamente eficiente) no sea exactamente la perfectamente igualitaria, lo que devuelve relevancia al análisis anterior, esta vez originándose desde un punto diferente a U.

Luego de esta extensa recorrida por cuestiones conceptuales, abordemos ahora temas más concretos. Asumamos que nos interesa medir la desigualdad, ¿cómo lo hacemos en la práctica? El resto de las secciones de este capítulo están destinadas a brindar herramientas para ese objetivo.

6.4. Medición de la desigualdad

El concepto de *desigualdad* hace referencia a *diferencias* entre personas. En esta sección nos restringimos a diferencias en variables económicas monetarias y para facilitar la exposición nos concentramos en la desigualdad de ingresos. La identificación de la existencia de desigualdad en una población es un ejercicio trivial que solo exige verificar que los ingresos de al menos dos personas difieran. Hay desigualdad en la distribución $x=\{x_1,\ldots,x_N\}$ si y solo si existe al menos un par de individuos (i, j) tal que $x_i \neq x_j$. En la práctica, la existencia de desigualdad está descontada, por lo que el interés recae en la medición del *grado* de desigualdad de las distribuciones, con el propósito de hacer evaluaciones comparativas. ¿Fue la desigualdad en la distribución del ingreso de México en 2008 superior o inferior que en 1992? ¿Es la desigualdad en Uruguay menor que en Chile? ¿Es la desigualdad en Ecuador menor si se considera el impacto de los impuestos y el gasto social?

En economía y otras ciencias sociales se ha generalizado la aceptación de un axioma fundamental para contestar estas preguntas: el principio de las transferencias de Dalton-Pigou. Este principio establece que toda transferencia igualadora da origen a una distribución menos desigual. Para evitar ambigüedades se denominan *transferencias igualadoras* a aquellas desde personas más ricas a personas más pobres, lo suficientemente pequeñas como para no invertir el ranking de ingresos entre los individuos involucrados.

[27] Ver Banco Mundial (2006) para una amplia discusión de estos argumentos.

Supongamos una población de tres personas: P (el individuo más pobre), M (el de ingresos intermedios) y R (el más rico). Supongamos que en el año t_1 la distribución del ingreso es x_1={2, 4, 12}, mientras que en el año t_2 es x_2={3, 6, 9}. Las brechas de ingreso entre P y R, y entre M y R se han contraído en el tiempo, pero la brecha entre P y M se ha incrementado. ¿Es la nueva distribución más o menos desigual que la inicial? Para responder esta pregunta nótese que la distribución en t_2 puede obtenerse a partir de la distribución en t_1 mediante dos transferencias igualadoras: una transferencia de $1 de R a P, y otra de $2 de R a M. En consecuencia, si nos guiamos por el principio de Dalton-Pigou, el cambio distributivo ha implicado una reducción de la desigualdad.

En la práctica existen tres complicaciones que exigen ir más allá de la simple aplicación de Dalton-Pigou. En primer lugar, no siempre es posible pasar de una distribución a otra únicamente mediante transferencias igualadoras, como en el caso anterior. Supongamos que la distribución en el año t_2 es x_2={1, 8, 9}. Esta nueva distribución surge de x_1={2, 4, 12} a partir de una transferencia igualadora de $3 de R a M y de una transferencia desigualadora de $1 de P a M. La primera hace a la distribución más igualitaria, pero la segunda la vuelve más desigual. El principio de Dalton-Pigou no nos dice cuál de los dos efectos predomina. Para obtener un resultado concreto debemos hacer más específico el criterio de evaluación y establecer alguna estructura de ponderaciones de las transferencias en distintos puntos de la distribución. Por ejemplo, si decidimos asignar una ponderación fuerte sobre las transferencias que involucran a la persona más pobre, la distribución x_2 puede ser evaluada como más desigual que x_1.

En segundo lugar, la aplicación de Dalton-Pigou nos permite en el mejor de los casos establecer un *orden* entre distribuciones en términos de desigualdad, pero no nos brinda *magnitudes*. La distribución x_1 = {2, 4, 12} es inequívocamente más desigual que x_2={3, 6, 9} pero, ¿cuánto más desigual? En la práctica, estamos interesados no solo en hacer comparaciones ordinales, sino también cardinales.

En tercer lugar, las comparaciones de desigualdad en el mundo real involucran vectores de muchos más de tres números. Las encuestas de hogares latinoamericanas tienen decenas de miles de observaciones, por lo que evaluar cambios en la desigualdad mediante una simple inspección de vectores, como hemos hecho hasta ahora, resulta impracticable.

Las tres dificultades discutidas dan origen a la necesidad de construir *índices de desigualdad*, es decir, medidas que resuman en un solo número información relacionada con el grado de desigualdad de una distribución. Un índice de desigualdad es una función $I(x)$ que toma una distribución empírica x, es decir, un vector de N números, y la transforma en un solo número real, interpretado como el nivel o grado de desigualdad de la distribución x.[28]

(6.11) $$I(x): \Re^N \rightarrow \Re$$

[28] Por convención natural, valores más altos del índice indican niveles de desigualdad más elevados.

La función $I(.)$ puede ser aplicada consistentemente a distintas distribuciones, obteniendo como resultado escalares que pueden compararse fácilmente entre sí, permitiendo realizar evaluaciones comparativas cardinales de desigualdad. Los índices $I(x)$ son formas funcionales que implícitamente contienen una estructura de ponderaciones de transferencias que resuelven (de una forma más o menos arbitraria) situaciones ambiguas como las discutidas en los párrafos previos.

Existe un amplio conjunto de índices de desigualdad propuestos por la teoría y aplicados en la práctica. Antes de estudiar los más utilizados, es importante preguntarse ¿qué condiciones debe cumplir una función $I(x)$ para ser considerada genuinamente como un índice de desigualdad?

6.4.1. Propiedades de los índices de desigualdad

Las propiedades de los índices son condiciones que los investigadores creen razonables y/o deseables a la hora de medir desigualdad. Dado que no se trata de axiomas universales, el conjunto de propiedades difiere entre autores. El conjunto mínimo está integrado por tres propiedades básicas: Dalton-Pigou, invarianza a la escala e invarianza a las réplicas.

Propiedad 1: Dalton-Pigou

Esta propiedad exige que todo indicador $I(x)$ cumpla con el principio de las transferencias de Dalton-Pigou: ante toda transferencia igualadora el índice debe reflejar una caída en el nivel de desigualdad (o al menos no aumentar). Se trata de la propiedad central que distingue a un indicador de desigualdad.

Formalmente, para todo par de distribuciones x_1, x_2 y un escalar δ tal que

(6.12) $$x_{2i} = x_{1i} + \delta,\ \ x_{2j} = x_{1j} - \delta,\ \ x_{2k} = x_{1k} \text{ para todo } k \neq i\ ,\ j;$$

entonces,

(6.13) $$x_{1i} < x_{2i} \leq x_{2j} < x_{1j} \ \Rightarrow\ I(x_2) \leq I(x_1)$$

El principio está formulado en sentido débil: una transferencia igualadora no debe nunca reflejarse en un aumento de la desigualdad, pero puede eventualmente no implicar ningún cambio en el indicador. Algunos autores prefieren escribir la propiedad en sentido estricto reemplazando la última desigualdad débil $\leq$ por una estricta $<$.

Propiedad 2: Invarianza a la escala

Esta propiedad exige que si los ingresos de toda la población se multiplican por un mismo escalar k, el grado de desigualdad no varía. Formalmente,

(6.14) $$I(kx) = I(x), \text{ con } k > 0$$

Esta propiedad, también conocida como homogeneidad de grado cero en los ingresos, indica que lo relevante a la hora de evaluar desigualdad son las diferencias *proporcionales* de ingreso entre las personas y no las absolutas. Si, por ejemplo, todos los ingresos se duplican, la desigualdad medida no debería cambiar, aunque las brechas absolutas de ingresos entre las personas crezcan (se dupliquen). A menudo se distingue entre desigualdad *relativa*, cuando interesan las diferencias proporcionales de ingreso, y desigualdad *absoluta*, cuando importan las diferencias absolutas.[29] En este caso la propiedad exigida en lugar de (6.14) es la invarianza a traslaciones $I(x+k) = I(x)$. Por definición, una traslación deja invariante la desigualdad absoluta y reduce la desigualdad relativa, mientras que un aumento proporcional incrementa la desigualdad absoluta y deja invariable la relativa.

La propiedad de invarianza a la escala nos permite comparar el grado de desigualdad en dos países con monedas diferentes, sin necesidad de preocuparnos por llevar los ingresos a valores comparables. Si hiciéramos este ajuste, deberíamos multiplicar los ingresos de las personas de un país por algún tipo de cambio k que refleje diferencias de poder de compra de las monedas en las dos economías, pero por la propiedad de invarianza a la escala este ajuste no afectaría en nada el nivel de desigualdad medido en la moneda local.[30]

Supongamos que tenemos dos distribuciones del ingreso de la misma población en dos momentos del tiempo. Es siempre posible pasar de una distribución x_1 a una distribución x_2 a través de un cambio de escala y de un conjunto de transferencias entre los individuos con ingresos re-escalados. El cambio de escala no modifica el grado de desigualdad, mientras que las transferencias lo hacen de acuerdo con la propiedad de Dalton-Pigou. Supongamos que una crisis modifica la distribución desde $x_1=\{2, 4, 12\}$ a $x_2=\{1, 2, 3\}$. ¿Qué ha pasado con la desigualdad? Es posible reescalar los ingresos en t_2 multiplicándolos por $\mu_1/\mu_2=6/2$ (el ratio de medias), de forma que la nueva distribución tenga la misma media que la anterior. Por la propiedad de invarianza a la escala, la distribución resultante $x_2'=\{3, 6, 9\}$ tiene asociado el mismo nivel de desigualdad que x_2. Ahora es posible reducir el análisis de los cambios de desigualdad a estudiar el patrón de transferencias entre x_1 y x_2'. De hecho, este es el ejercicio que ya hicimos anteriormente, en el que concluimos que la nueva distribución es más igualitaria.[31]

La aceptación de la propiedad de invarianza a la escala está muy extendida. Sin embargo, se trata de una propiedad fuerte con consecuencias no triviales, que en ocasiones van en contra del sentido de equidad de muchas personas. Supongamos una sociedad con dos individuos A y B cuyos ingresos son \$100 y \$1000, respectivamente,

[29] Kolm (1976) distingue entre (i) medidas de desigualdad relativa, invariantes a cambios en la escala, y (ii) medidas de desigualdad absoluta, invariantes a traslaciones (transformaciones aditivas). Fields y Fei (1978) discuten las diferencias entre desigualdad relativa y absoluta.

[30] Otro ejemplo es el de un país que cambia su moneda eliminando ceros, un cambio enteramente nominal que no debería afectar el nivel medido de desigualdad, lo cual requiere de medidas invariantes a la escala.

[31] Como hemos discutido, la desigualdad es solo una dimensión del bienestar que hay que evaluar. Nótese que en este ejemplo x_2 es claramente una distribución “peor” en términos de bienestar agregado. El capítulo 7 discute este punto más extensamente.

y donde el gobierno implementa un programa de transferencias monetarias que reparte \$3 para el más pobre (A) y \$7 para el más rico (B). Aunque este reparto del programa nos parezca “injusto” la distribución resultante {103, 1007} es menos desigual que la original {100, 1000} ya que en términos proporcionales la transferencia recibida por el más pobre fue superior. La incomodidad con este tipo de resultados provenientes de sostener la invarianza a la escala se acentúa al aplicarse sobre variables no monetarias (por ejemplo, años de educación o tasas de acceso a servicios sociales).[32] Los capítulos 7 y 9 elaboran sobre este punto.

Propiedad 3: Invarianza a las réplicas

Esta propiedad exige que el índice de desigualdad no varíe si la población se replica *m* veces.

$$I(x\ldots x) = I(x) \tag{6.15}$$

donde $I(x...x)$ es el indicador aplicado sobre una distribución que repite *m* veces la distribución original *x*. Esta propiedad es también conocida como *invarianza al tamaño de la población* y resulta útil para poder comparar el grado de desigualdad en poblaciones con distinto número de integrantes.

Hemos visto las tres propiedades fundamentales para toda medida de desigualdad. En lo que sigue vamos a presentar esquemáticamente el conjunto de indicadores más utilizados en la práctica distributiva. Lambert (2001) y Cowell (2011) son dos excelentes referencias para profundizar en el estudio de los índices de desigualdad.

6.4.2. Índices sencillos

Este grupo incluye índices de fácil construcción y comprensión como el cociente de ingresos y la participación de un grupo en el ingreso total. En ambos casos debe ordenarse a la población según su ingreso y dividirla en cuantiles o percentiles.

El cociente de ingresos C_{Mm} es simplemente el ratio del ingreso medio (o mediano) del percentil superior *M* sobre el ingreso promedio (o mediano) del percentil inferior *m*.[33]

$$C_{Mm} = \frac{x_M}{x_m} \tag{6.16}$$

---

[32] Atkinson y Brandolini (2010) argumentan sobre la necesidad de introducir medidas que incorporen la preocupación por la desigualdad absoluta de ingresos, en especial en comparaciones internacionales. Ravallion (2003) resalta el papel que el supuesto de invarianza a la escala tiene en el debate sobre globalización, pobreza y desigualdad. Kolm (1977) asocia el énfasis en la medición de las desigualdades absolutas (frente a las relativas) con visiones política más orientadas a la “izquierda”.

[33] Como discutimos en el capítulo 2, un cuantil o percentil puede definir a un grupo o estrato de la población o a una observación. De esta forma, el cálculo del cociente de ingresos puede hacerse computando el ingreso promedio de los percentiles o, alternativamente, el ingreso de los individuos que limitan cada percentil. En la práctica, en general seguimos la primera opción.

El cuadro 6.1 muestra este ratio para diez países latinoamericanos, agrupando a la población alternativamente en quintiles, deciles y centiles. Naturalmente, el valor de los indicadores aumenta a medida que incrementamos el nivel de desagregación. Nótese que el ranking de países no es robusto al cambio de indicador: Panamá es el país más desigual de la muestra si se toma el ratio de quintiles o deciles, pero El Salvador y Paraguay lo superan si se trabaja con el ratio entre los percentiles extremos.

Cuadro 6.1
Cocientes de ingresos

Países	Año	Quintil 5 / Quintil 1	Decil 10 / Decil 1	Percentil 100 / Percentil 1	Percentil 90/ Percentil 10
Brasil	2007	18.9	41.6	419.0	12.5
Costa Rica	2006	13.2	27.7	249.5	9.6
Rep. Dominicana	2006	14.3	28.3	202.4	9.7
El Salvador	2005	16.3	40.6	788.5	11.9
Guatemala	2006	18.2	38.7	378.9	11.7
México	2006	13.4	28.5	383.8	8.9
Panamá	2006	22.6	53.2	470.7	16.9
Paraguay	2007	17.2	40.2	600.3	11.4
Perú	2006	13.7	26.5	165.2	9.9
Venezuela	2006	10.0	19.1	152.5	7.5

Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de las encuestas de hogares.

El cociente de ingresos de estratos extremos cumple la propiedad de Dalton-Pigou, pero solo en sentido débil. Una política que, por ejemplo, implique una transferencia desde el decil 2 al decil 9 no afecta el ratio de ingresos de los deciles extremos.

Algunos investigadores prefieren descartar los percentiles superiores e inferiores para construir el indicador, para evitar la posible contaminación proveniente de valores extremos, sujetos a mayores errores de medición. Por ejemplo, es común el uso del ratio de ingresos entre los percentiles 90 y 10.[34] Este indicador, sin embargo, no cumple con Dalton-Pigou: una transferencia igualadora del percentil 10 al 5 aumenta el grado de desigualdad medido a través de este índice.

Un indicador alternativo sencillo es la participación o *share* de algún percentil superior M en el ingreso total.

(6.17) $$P_M = \frac{\sum_{i \in M} x_i}{\sum_i x_i}$$

Es usual también utilizar la participación de algún percentil inferior (por ejemplo, la participación en el ingreso nacional del primer quintil), aunque en este caso debe tenerse en cuenta que un aumento del indicador refleja una caída de la desigualdad y no un incremento. Nótese que la participación de percentiles extremos tampoco cumple con Dalton-Pigou en sentido estricto.

[34] Otro indicador común es el ratio entre los percentiles 75 y 25.

El cuadro 6.2 muestra la participación de los quintiles, deciles y percentiles superiores e inferiores en diez países de la región. Brasil es el país más desigual a juzgar por la participación del quintil y decil superior, pero no de acuerdo con el del percentil más rico, ni el de los cuantiles más pobres.

Cuadro 6.2
Participación de percentiles superiores e inferiores

		Superiores			Inferiores		
País	Año	Quintil 5	Decil 10	Percentil 100	Quintil 1	Decil 1	Percentil 1
Brasil	2007	59.4	43.4	12.2	3.1	1.0	0.03
Costa Rica	2006	54.6	38.2	10.0	4.1	1.4	0.04
Rep. Dominicana	2006	56.9	41.2	13.0	4.0	1.5	0.06
El Salvador	2005	53.9	37.3	9.6	3.3	0.9	0.01
Guatemala	2006	58.7	43.2	13.8	3.2	1.1	0.04
México	2006	55.2	39.5	11.2	4.1	1.4	0.03
Panamá	2006	58.8	41.7	10.7	2.6	0.8	0.02
Paraguay	2007	57.6	42.3	16.0	3.3	1.1	0.03
Perú	2006	54.3	38.0	10.3	4.0	1.4	0.06
Venezuela	2006	48.9	32.7	7.9	4.9	1.7	0.05

Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de las encuestas de hogares.

El problema con los indicadores sencillos discutidos en esta sección es que focalizan en comparar una parte de la distribución, ignorando el resto. La literatura ha desarrollado índices más sofisticados que incorporan información de toda la distribución. Aunque claramente parciales y analíticamente primitivos, los indicadores sencillos no deben descartarse tan rápidamente. Se trata de indicadores tangibles y fáciles de comunicar, por lo que habitualmente cumplen un papel importante en los debates distributivos no académicos y aun en algunos académicos.[35]

6.4.3. Índices basados en la curva de Lorenz

La curva de Lorenz, introducida en el capítulo 2, es un instrumento gráfico invariante a la escala y al tamaño de la población que resume una distribución. Transferencias igualadoras desplazan la curva de Lorenz en dirección a la línea de 45 grados, o línea de perfecta igualdad (LPI). En función de este comportamiento resulta natural la propuesta de medir la desigualdad como la distancia entre la curva de Lorenz y la LPI. Cuanto menor es esa distancia, menor resulta el grado de desigualdad.

Existen dos nociones de distancia entre las dos curvas implicadas en la comparación. La primera alude al área comprendida entre las curvas: cuanto mayor es el área, más distanciadas están las curvas. Esta noción de distancia da origen al índice de desigualdad de Gini. La segunda posibilidad consiste en medir la máxima distancia vertical entre las dos curvas. Cuanto más desigual es una distribución, su curva de Lorenz se aleja más de la LPI y la máxima distancia vertical entre estas dos líneas se

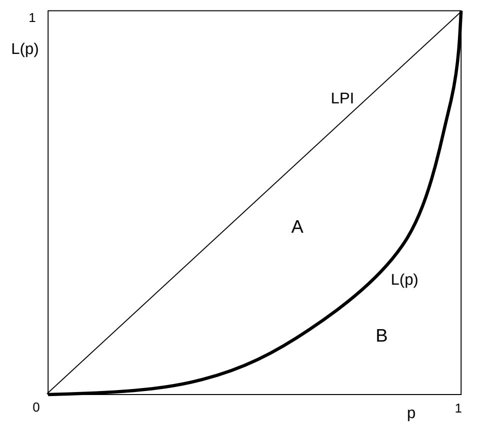
[35] Por ejemplo, es común el uso de indicadores de ratio de ingresos salariales en la literatura de Economía Laboral.

amplía. Esta idea da origen al índice de desigualdad de Schutz. En lo que sigue repasamos las principales características de estos dos indicadores.

El coeficiente de Gini

Comencemos por el famoso índice o *coeficiente de Gini*, introducido por Corrado Gini, un estadístico, demógrafo y sociólogo italiano. Gini propuso este indicador en un artículo publicado en italiano en 1912, pero recién alcanzó la fama al publicarlo en inglés en el *Economic Journal* en 1921 (Gini, 1921). El índice propuesto es en principio muy sencillo: y se calcula como el área entre la curva de Lorenz y la línea de perfecta igualdad (área *A* en la figura 6.7), normalizado por el área debajo de la LPI (área *A*+*B*) con el objeto de obtener una proporción.

Figura 6.7
Derivación del coeficiente de Gini
a partir de la curva de Lorenz



El coeficiente de Gini G es entonces

(6.18) $$G = \frac{A}{A+B}.$$

Notando que el área del triángulo *A*+*B* es 0.5, se llega a

(6.19) $$G = 2A = 2(0.5 - B) = 1 - 2B.$$

El coeficiente de Gini resulta igual a 1 menos dos veces el área debajo de la curva de Lorenz. Nótese que en un extremo la distribución es totalmente igualitaria, en cuyo caso la curva de Lorenz coincide con la LPI, el área *B* es 0.5 y el Gini se hace 0. En el otro extremo, si todo el ingreso se concentra en una sola persona −el caso de desigualdad total− la curva de Lorenz recorre los laterales de la caja, el área *B* desaparece y el Gini alcanza el valor máximo 1. El coeficiente de Gini tiene la conveniente propiedad de moverse en el intervalo [0, 1]. No se trata de una propiedad necesaria de los índices de desigualdad, pero resulta útil para su interpretación. En la práctica, a menudo se expresa el Gini en el intervalo [0, 100]. El coeficiente de Gini se ha convertido en el principal indicador de desigualdad en el ámbito académico, e incluso su uso está muy extendido en las discusiones no técnicas. Buena parte de la evidencia empírica existente sobre desigualdad en América Latina está expresada en función de este coeficiente.

En términos continuos la ecuación (6.19) puede escribirse como

(6.20) $$G = 1 - 2\int_0^1 L(p)dp$$

donde $L(p)$ es la curva de Lorenz. Resolviendo la integral por partes y operando,

(6.21) $$G = -1 + 2\int_0^1 pL'(p)dp$$

Cambiando la variable de integración de p a y, (recordando que $p = F(y)$) y operando,

(6.22) $$G = -1 + 2\int_0^\infty F(y).\frac{y}{\mu}.f(y)dy$$

La covarianza entre el ingreso y su rango se expresa como $cov(y,F(y)) = E(yF(y)) - E(y)E(F(y)) = E(yF(y)) - \mu/2$. Combinando esta ecuación con (6.22) se obtiene

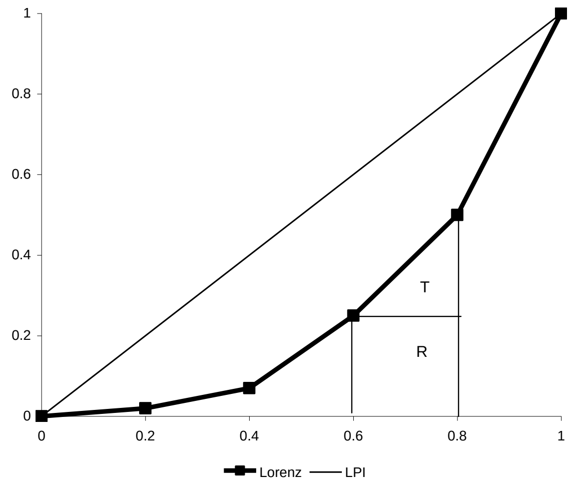
(6.23) $$G = \frac{2}{\mu}\text{cov}(y, F(y))$$

De acuerdo con (6.23), el valor del coeficiente de Gini está asociado a la forma en la que van cambiando los ingresos a medida que vamos avanzando en el ranking de la distribución $F(y)$.[36]

Estas fórmulas corresponden al caso continuo. Para obtener una fórmula directamente aplicable al caso discreto, notemos a partir de la figura 6.8 que el área debajo de la curva de Lorenz discreta es una suma de rectángulos como R y triángulos como T.

[36] Otra expresión que puede obtenerse a partir de (6.22) es $G = \int F(x)(1-F(x))dx/\mu$. .

Figura 6.8
Curva de Lorenz discreta



Es posible mostrar que esa suma puede reescribirse de la siguiente forma (Lambert, 2001):

(6.24) $$G = 1 + \frac{1}{N} - \frac{2}{\mu N^2} \sum_i x_i (N + 1 - i) \quad \text{con } x_1 \leq x_2 \leq ... \leq x_N$$

Nótese que el cálculo de G exige primero ordenar y numerar a las personas de acuerdo con su ingreso x. El Gini resulta una función de la suma ponderada de los ingresos, donde el ponderador de cada individuo es (N+1-i), un valor que captura su posición en la escala de ingresos. La persona más rica ocupa el último lugar en esa escala, por lo que i=N y luego (N+1-i)=1. En el otro extremo, la persona de menor ingreso tiene un ponderador igual a N. Dado que los ponderadores son decrecientes en el ingreso, una transferencia igualadora aumenta la sumatoria en (6.24) y, en consecuencia, reduce el coeficiente de Gini. Volveremos a este punto en breve.

Si bien no hemos probado (6.24) −la prueba es algo engorrosa−, vamos a mostrar que esa ecuación converge a (6.22) −que sí hemos derivado ordenadamente− cuando el número de observaciones tiende a infinito; es decir, cuando el caso discreto converge al continuo. A partir de (6.24) cuando N tiende a infinito el Gini tiende a

(6.25) $$G = -1 + \frac{2}{\mu N^2} \sum_i x_i i = -1 + 2 \sum_i \frac{i}{N} \frac{x_i}{\mu} \frac{1}{N}.$$

Esta ecuación es el equivalente discreto a la versión continua de G en (6.22), donde la sumatoria opera como la integral, la frecuencia relativa 1/N es semejante a la densidad $f(y)$, y el porcentaje de personas con ingreso inferior a x_i (i/N) semejante al valor de la función de distribución F en ese valor de ingreso.

Existen decenas de fórmulas equivalentes aplicables a casos discretos. A continuación presentamos dos de las más usuales. La primera es una variación cercana a la ecuación (6.24), (6.26) $$G = -1 - \frac{1}{N} + \frac{2}{\mu N^2} \sum_i x_i i$$

mientras que la segunda es la doble sumatoria normalizada de las diferencias de ingreso, en valor absoluto, entre todas las personas de la población.

(6.27) $$G = \sum_i \sum_j \frac{|x_i - x_j|}{2N^2 \mu}$$

Nótese que esta fórmula implica que si se toman dos personas al azar y se computa su distancia de ingresos (en proporción a la media), en promedio el valor será dos veces el Gini. Si el valor del coeficiente del Gini fuera 0.5 (un valor en el rango de los observados en América Latina), entonces la diferencia de ingreso esperada entre dos personas elegidas aleatoriamente será semejante al ingreso promedio de la población.

Volvamos a la ecuación (6.24) y veamos qué ocurre si se produce una transferencia igualadora de una persona más rica k hacia una más pobre j

(6.28) $$dx_j = -dx_k > 0; \;\; x_j < x_j + dx_j \leq x_k + dx_k < x_k$$

El cambio en el Gini resultante es

(6.29) $$dG = -\frac{2}{\mu N^2}\left[(N+1-j)dx_j + (N+1-k)dx_k\right]$$

Dado que dx_j=-dx_k, el cambio puede reescribirse como

(6.30) $$dG = \frac{2}{\mu N^2}[j-k]dx_j$$

Dado que x_j<x_k, entonces j<k, por lo que dG<0. Ante una transferencia igualadora el Gini cae, cumpliendo con el principio de Dalton-Pigou. Es posible mostrar que el Gini también cumple con las propiedades de invarianza a la escala y a las réplicas, por lo que se trata de un genuino indicador de desigualdad.

La ecuación (6.30) nos proporciona una idea de los factores que determinan el cambio del Gini ante una determinada transferencia igualadora de tamaño dx. La caída del Gini es menor cuanto mayor es el ingreso medio μ, lo cual resulta lógico: una transferencia de 1 peso es muy relevante si el ingreso medio de la economía es, digamos, 10, pero es casi irrelevante si el ingreso medio es 1.000.000. Un argumento parecido explica la dependencia inversa de N. Una transferencia entre dos personas j y k es importante en una sociedad de pocas personas, pero se hace casi irrelevante en una población de millones de personas.

El punto más interesante de la ecuación (6.30) surge de notar que la caída del Gini ante una transferencia igualadora depende de la diferencia [j - k], es decir, de la diferencia en el *rango* de las dos personas involucradas en la transferencia. Es importante insistir en este punto: la magnitud de la caída no depende de la brecha de ingresos entre las personas, sino de la diferencia en sus posiciones en el ranking de ingresos. Supongamos el siguiente ejemplo de una población con 5 personas.

Cuadro 6.3
Ejemplo hipotético de dos distribuciones

Personas	t1	t2
A	100	50
B	200	200
C	3000	3100
D	4000	4000
E	5000	4950

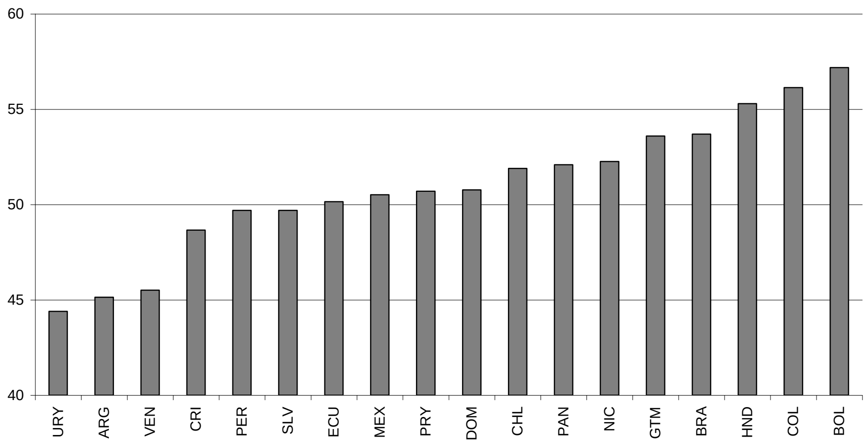
Asumamos que entre dos años t_1 y t_2 una política económica implica un aumento de \$100 para la persona C; una caída de \$50 para la persona más pobre A, cuyo ingreso se reduce a la mitad; y una reducción de \$50 para E, la persona más rica. Si el lector tuviera que ordenar las dos distribuciones en términos de equidad (y se aceptara la idea de equidad como igualdad de ingresos) en función de sus propios juicios de valor, ¿cuál de las dos distribuciones elegiría como más equitativa, o menos desigual? ¿Aprobaría un cambio de t_1 a t_2? Nuestra experiencia indica que la gran mayoría de las personas prefiere la distribución t_1. Si bien al movernos de t_1 a t_2 se produce una transferencia igualadora (\$50 de E a C), las personas tienden a focalizar su preocupación en la transferencia desigualadora de \$50 de A a C. El cambio de t_1 a t_2 es rechazado como inequitativo. De hecho, ese es el resultado si se toma al ratio de ingresos extremos como indicador de desigualdad. Pero, ¿qué nos dice el coeficiente de Gini? Este indicador arroja exactamente el mismo resultado en las dos distribuciones (0.4423). Este resultado es esperable: la distribución t_2 surge de t_1 a partir de una transferencia igualadora y una desigualadora de la misma magnitud (\$50) y, lo que es crucial para el Gini (y solo para el Gini), entre personas separadas por la misma distancia en el ranking de ingresos: 2 lugares entre A y C y 2 lugares entre C y E. En consecuencia, para el Gini la transferencia desigualadora entre A y C se compensa perfectamente con la transferencia igualadora entre E y C.

Este ejemplo ilustra un punto central en la medición de la desigualdad. Para evaluar si una distribución se ha vuelto más o menos desigual tenemos que ponderar los cambios que se producen en distintos puntos de la distribución, dando más relevancia a ciertos cambios y desestimando otros. Cada indicador de desigualdad hace este procedimiento de manera mecánica, respondiendo a una fórmula particular. El cociente de ingresos extremos, por ejemplo, desestima los cambios producidos en el centro de la distribución, mientras que el Gini pondera las transferencias en función de las posiciones relativas de los individuos involucrados. De alguna forma, cada índice tiene implícitos juicios de valor con los cuales evaluar una distribución e identificar ciertos cambios como igualadores o desigualadores. Naturalmente, esos juicios de valor no tienen porqué coincidir con los del analista. De hecho, seguramente muchos no aceptarían ignorar las transferencias entre percentiles intermedios, como lo hace el cociente de estratos extremos, o evaluar las dos distribuciones del cuadro 6.3 como semejantes en términos de equidad, como hace el coeficiente de Gini.

¿Deben entonces descartar el uso del coeficiente de Gini quienes no coinciden con los resultados del ejemplo? Posiblemente, si tomamos una postura estricta de escoger un índice que respete siempre nuestros juicios de valor. Sin embargo, debe reconocerse a favor del Gini que las distribuciones del ejemplo no se parecen a las reales (este fue construido para generar controversia). Es posible que en la mayoría de los casos reales nuestras evaluaciones no difieran mucho de las generadas al aplicar la fórmula del Gini. Adicionalmente, como se comentó, el coeficiente de Gini se ha convertido en el indicador de desigualdad por excelencia, por lo que su cálculo resulta importante, al menos para fines comparativos con otros estudios.

En la práctica, el Gini tiene un rango de variación acotado. La figura 6.9 muestra los valores estimados del coeficiente de Gini (reescalado de 0 a 100) para los países de América Latina alrededor de 2009. El coeficiente de Gini del ingreso per cápita familiar oscila entre 44 para el caso de Uruguay y 57 para Bolivia. En el mundo el rango de variación es más amplio. Ferreira y Ravallion (2009) reportan un valor mínimo de 20 en Eslovaquia y un máximo de 74 en Namibia. Los cambios distributivos se manifiestan en general en pequeños cambios del Gini. Por ejemplo, el valor mediano de la reducción del Gini experimentado por todas las economías latinoamericanas en los 2000 fue de menos de 3 puntos (el máximo fue menos de 6).

Figura 6.9
Coeficientes de Gini, circa 2009
Distribución del ingreso per cápita familiar



Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de las encuestas de hogares.

Frontera de posibilidades de desigualdad, tasa de extracción y Gini potencial

El máximo valor de la desigualdad se produce cuando toda la población, menos una persona, tiene ingresos nulos. Esta situación es irreal, ya que nadie sobreviviría en ese contexto. Milanovic, Lindert y Williamson (2007) proponen medir el nivel máximo de desigualdad alcanzable en una sociedad, otorgando a toda la población un mínimo de subsistencia *s*, con excepción de una pequeña *elite*. Ese nivel máximo de desigualdad es creciente con el nivel de ingreso de la economía, lo cual da origen a una frontera de posibilidades de desigualdad. Supongamos, siguiendo a Milanovic *et al*. (2007), que la proporción de la población N perteneciente a la elite es un número pequeño ε. El máximo ingreso medio de ese grupo privilegiado que asegura la subsistencia del resto de la población es

$$x_e = \frac{\mu N - sN(1-\varepsilon)}{\varepsilon N} = \frac{1}{\varepsilon}[\mu - s(1-\varepsilon)]$$

Si no hay desigualdad interna en la elite, el máximo Gini alcanzable es

$$G^* = \frac{1}{\mu}(x_e - s)\varepsilon(1-\varepsilon)$$

Combinando ambas ecuaciones y definiendo $\alpha=\mu/s\geq 1$,

$$G^* = \frac{\alpha - 1}{\alpha}(1-\varepsilon)$$

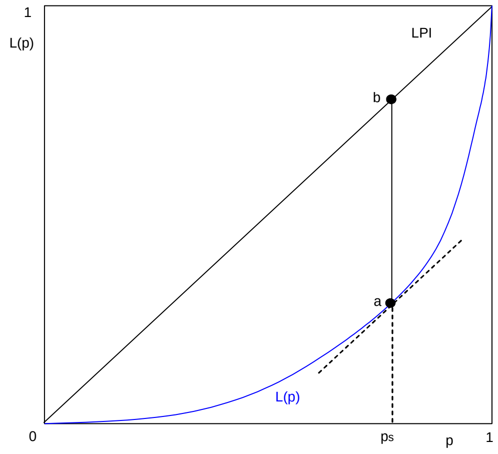
El máximo Gini posible es una función creciente y cóncava del grado de desarrollo del país, aproximado por α. El ratio entre el Gini real y el Gini máximo de origen a la llamada *tasa de extracción* y es propuesta por Milanovic *et al*. (2007) para realizar comparaciones de desigualdad entre economías con distinto grado de desarrollo.

El índice de Schutz

Como mencionamos, una alternativa para medir la cercanía entre la curva de Lorenz y la línea de perfecta igualdad es a través de la máxima distancia vertical entre esas curvas, lo cual da origen a un nuevo indicador: el índice de Schutz. La máxima distancia se alcanza cuando la pendiente de la curva de Lorenz es igual a la pendiente de la LPI, es decir, 1. A partir de la figura 6.10 el índice de Schutz S es

(6.31) $$S = ab = p^s b - p^s a$$

Figura 6.10
El índice de Schutz



Nótese que la distancia $p^s b$ es simplemente p^s ya que b se ubica sobre la recta con pendiente 1. Recuérdese que $p = F(y)$, por lo que

(6.32) $$S = p^s - L(p^s) = F(y^s) - L(F(y^s))$$

En p^s la pendiente de la curva de Lorenz es 1. Recordando que la pendiente de la curva de Lorenz es y/μ se llega a que $y^s = \mu$, por lo que

(6.33) $$S = F(\mu) - L(F(\mu))$$

El índice de Schutz es entonces la proporción de personas cuyo ingreso es inferior a la media, $F(\mu)$, menos el ingreso acumulado en ese grupo, $L(F(\mu))$. S puede variar entre 0 en el caso de perfecta igualdad, o 1 en el caso en que una persona reúna todo el ingreso nacional. Aplicando las definiciones de función de distribución F y de curva de Lorenz L y operando, se tiene que:

(6.34) $$S = \int_0^\mu f(x)dx - \int_0^\mu \frac{xf(x)dx}{\mu} = \int_0^\mu \frac{(\mu - x)f(x)dx}{\mu}$$

Al multiplicar el numerador del último término por N obtenemos una magnitud interesante; se trata de la suma de las transferencias que deberíamos otorgarles a todos los individuos cuyos ingresos están por debajo de la media para que alcancen el valor μ. Ese monto es idéntico a la suma de lo que deberíamos extraer de cada persona con ingreso superior al promedio para igualarlos en μ. En resumen, S es la proporción del ingreso total que habría que transferir para igualar a toda la población en el ingreso medio. Este índice mide entonces la magnitud del esfuerzo redistributivo para alcanzar una situación igualitaria. Debido a esta interpretación, a este índice se lo suele conocer también como de Robin Hood (Atkinson y Micklewright, 1992). La interpretación, naturalmente, es simplemente ilustrativa: en la realidad es difícil que exista la posibilidad de un esquema de transferencias masivas igualadoras que mantengan el valor de μ constante.

El Schutz parece un índice interesante, con orígenes semejantes al Gini, pero tiene un problema para muchos fundamental: no cumple el principio de las transferencias de Dalton-Pigou en sentido estricto. Esto es fácil de notarlo en la ecuación (6.34). Las transferencias entre personas con ingreso superior a μ no afectan el índice, y tampoco lo hacen transferencias entre personas con ingreso inferior a μ. El Schutz es solo afectado por transferencias que involucran personas cuyos ingresos están a un lado y otro de la media. Nótese una vez más cómo un índice aparentemente inocuo tiene implícitos juicios fuertes sobre cómo evaluar la desigualdad.

6.4.4. Índices estadísticos

El concepto de desigualdad está asociado al de dispersión de una distribución. Cuanto más se parecen los ingresos entre las personas, menor es la dispersión y la desigualdad. Esa intuición lleva a considerar medidas estadísticas de dispersión de una distribución como potenciales índices de desigualdad.

La varianza y el desvío estándar, las dos medidas estadísticas más usuales de dispersión, no son invariantes a la escala. Una simple modificación da origen al coeficiente de variación CV que sí cumple con todas las propiedades deseables para un indicador de desigualdad

$$CV = \frac{\sqrt{\sum_i \frac{(x_i-\mu)^2}{N}}}{\mu} \tag{6.35}$$

El cambio de esta medida ante una transferencia $dx_j = -dx_k$ es

$$dCV = \frac{1}{N\mu}\left[\frac{\sum_i (x_i-\mu)^2}{N}\right]^{-1/2}\left[x_j - x_k\right]dx_j \tag{6.36}$$

Si el individuo j que recibe la transferencia es el de menor ingreso entre los dos, entonces dCV en (6.36) es negativo, indicando el cumplimiento de la propiedad de Dalton-Pigou. Nótese que el cambio en CV depende de la diferencia de ingresos entre las dos personas involucradas en la transferencia [x_j-x_k]. Si bien en principio esto parece razonable, genera inconvenientes al aplicarse a las distribuciones asimétricas del mundo real. Supongamos una población de tres personas, P, M y R, con distribución inicial x_1={2, 8, 30}, y asumamos que M gana 1 a expensas tanto de P como de R, por lo que la nueva distribución es x_2={1, 10, 29}. ¿Cree el lector que este ha sido un cambio favorable a la equidad? Seguramente la mayoría dará una respuesta negativa, que surge de otorgar un peso superior en la evaluación a la transferencia desigualadora de P a M que a la igualadora de R a M. Sin embargo, nótese que el coeficiente de variación evalúa el cambio como igualitario (CV cae de 1.106 a 1.072), ya que pondera especialmente la transferencia entre aquellas personas cuya diferencia de ingreso es más grande, en este caso la transferencia igualadora entre *R* y *M*. Dado que en la realidad las distribuciones son asimétricas con colas superiores largas, el *CV* tiende a poner especial énfasis en los cambios en esa parte de la distribución. Una vez más, un índice aparentemente inocuo, tiene implícitos juicios que nos llevan a evaluar las distribuciones en formas que posiblemente no se ajusten a nuestras preferencias sociales.

Un indicador estadístico de uso extendido es el desvío medio logarítmico definido como

(6.37) $$DML = \frac{1}{N}\sum_i \ln\left(\frac{\mu}{x_i}\right)$$

El cambio de esta medida ante una transferencia $dx_j = -dx_k$ es

(6.38) $$dDML = \frac{1}{N}\left[-\frac{1}{x_j}+\frac{1}{x_k}\right]dx_j$$

Si la transferencia es igualadora el cambio en el DML es negativo, lo que indica el cumplimiento de Dalton-Pigou. El indicador DML pondera a los individuos involucrados en la transferencia de acuerdo con la inversa de sus ingresos.

Otra medida estadística de uso ocasional es el desvío medio relativo, definido como

(6.39) $$DMR = \frac{1}{N}\sum_i \left|\frac{x_i-\mu}{\mu}\right|$$

Esta medida, a semejanza del Schutz, es sensible solo a transferencias que cruzan la media, lo cual la convierte en un indicador demasiado restrictivo. Existen otras dos medidas estadísticas de dispersión usuales en la literatura distributiva: la varianza logarítmica,

$$VL_1 = \frac{1}{N}\sum_i (\ln x_i - \ln\mu)^2$$

(6.40)

y la varianza de los logaritmos,

(6.41) $$VL_2 = \frac{1}{N}\sum_i \left(\ln x_i - \sum_i \ln x_i \frac{1}{N}\right)$$

Estos indicadores suelen aparecer en modelos analíticos sencillos. Por ejemplo, es usual asumir un modelo log-lineal para los salarios *w* en función de la educación *e*, $\ln(w_i)=\beta e_i$, donde β es un parámetro que capta el cambio proporcional en el salario ante un cambio de una unidad en la educación.[37] Aplicando varianzas a ambos lados,

(6.42) $$VL_2(w) = \beta^2 Var(e)$$

[37] Ignoremos en este ejemplo todo el resto de los factores, observables e inobservables, que determinan *w*.

Si aceptamos a VL_2 como un índice válido de desigualdad, la ecuación (6.42) nos ofrece un sencillo modelo estimable de desigualdad salarial. En contraste, es difícil elaborar un modelo analítico simple que genere un índice como el Gini o el Schutz.

Ahora bien, es posible probar que estas dos varianzas no cumplen con la propiedad básica de Dalton-Pigou. En realidad, estas varianzas violan el principio para transferencias en la cola superior de la distribución, por lo que algunos analistas la consideran una "falta menor" y continúan usando estos indicadores.[38]

6.4.5. Índices de entropía

Este grupo de indicadores, cuyo integrante más conocido es el índice de Theil, proviene de la Teoría de la Información. Llamemos p_i a la probabilidad de que ocurra un evento i, y $h(p_i)$ al valor tener la información que ha ocurrido i antes de que el resto de las personas lo sepan. Naturalmente $h(p_i)$ debe ser decreciente en p_i: no es muy útil saber con anticipación que ocurrió un evento muy probable que todos esperaban. Pensemos ahora en un conjunto de N eventos, o "sistema". La información contenida en ese sistema, conocida también como *entropía*, puede definirse como

(6.43) $$entropía = \sum_i p_i h(p_i)$$

En un extremo, si todos los eventos tienen probabilidad 0, salvo un evento j con probabilidad 1, la entropía es 0. En este caso no tiene ningún valor la información anticipada sobre ese sistema, ya que todos sabemos con certeza que va a ocurrir j. En el otro extremo, si todos los eventos tienen igual probabilidad, el valor de la información anticipada sobre ese sistema es máximo. Nótese el parecido formal de esta discusión con el de desigualdad mínima y máxima. A partir de esta semejanza, el econometrista holandés Henri Theil sugirió dos pasos para llegar a un índice de desigualdad. El primero es reinterpretar a p_i como la participación de la persona i en el ingreso total. Si se introduce todo el ingreso nacional en una bolsa y se saca aleatoriamente un peso, ¿cuál es la probabilidad de que pertenezca a la persona i? La respuesta es,

(6.44) $$p_i = s_i = \frac{x_i}{N\mu}$$

El segundo paso es escribir el índice como la diferencia entre la máxima entropía y la real.

(6.45) $$T = \sum_i \frac{1}{N} h\left(\frac{1}{N}\right) - \sum_i s_i h(s_i)$$

Asumamos que $h(p_i)$=-ln(p_i), una función conveniente dado que es decreciente en p_i y cumple con la propiedad $h(p_1p_2)=h(p_1)+h(p_2)$. Operando,

[38] Ver la discusión en Foster y Ok (1999).

(6.46) $$T = \frac{1}{N}\sum_i \frac{x_i}{\mu}\ln\left(\frac{x_i}{\mu}\right), \qquad T \in [0, \ln N]$$

A esta medida se la conoce como índice de Theil. Diferenciando y usando dx_j=-dx_k

(6.47) $$dT = \frac{1}{N\mu}\left[\ln x_j - \ln x_k\right]dx_j$$

Esta ecuación muestra que el índice de Theil cumple con la propiedad de Dalton-Pigou, y que es sensible a las diferencias *proporcionales* de ingresos entre las personas involucradas en la transferencia. Esto atenúa el problema mencionado en el coeficiente de variación, pero no lo elimina, dada la forma de las distribuciones reales con colas superiores muy largas.

El Theil es un caso particular en la familia de *índices de entropía general*

(6.48) $$E(c) = \frac{1}{Nc(c-1)}\sum_i\left[\left(\frac{x_i}{\mu}\right)^c - 1\right]$$

donde *c* es un parámetro distinto de 0 y 1. Nótese que se trata de una familia, ya que hay un índice de entropía por cada valor de *c*. Es posible mostrar que *E*(*c*) converge al índice de Theil a medida que el parámetro *c* se acerca a 1; *E*(*c*) converge al desvío medio logarítmico (DML) cuando *c* se acerca a 0, y *E*(*c*) es igual a ½ del cuadrado del coeficiente de variación cuando *c*=2. Volveremos a los indicadores de entropía en este capítulo para discutir la interpretación del parámetro *c*, pero antes veamos en el cuadro 6.4 algunos ejemplos concretos para una muestra de países de América Latina. Los resultados del cuadro revelan que, si bien a rasgos generales el ranking se mantiene, existen significativos reordenamientos al variar el valor de *c*; por ejemplo, la desigualdad en Panamá resulta máxima en la muestra considerada con *E*(-1) e intermedia con el Theil o *E*(2).

Cuadro 6.4
Índices de entropía
América Latina

País	Año	E(-1)	Theil	E(2)
Brasil	2007	1.134	0.605	1.382
Costa Rica	2006	0.706	0.472	0.969
Rep. Dominicana	2006	0.705	0.563	1.430
El Salvador	2005	1.434	0.468	0.861
Guatemala	2006	0.942	0.633	1.963
México	2006	0.935	0.504	1.148
Panamá	2006	1.286	0.574	1.079
Paraguay	2007	1.001	0.711	6.137
Perú	2006	0.684	0.479	0.990
Venezuela	2006	0.671	0.349	0.560

Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de las encuestas de hogares.
Nota: El índice de Theil es igual al valor de *E* cuando *c* converge a 1.

6.4.6. Índices basados en la teoría del bienestar: Atkinson

Como discutimos anteriormente, un indicador de desigualdad es una fórmula que otorga diferentes pesos a los cambios que se producen en distintos puntos de la distribución. De alguna forma, cada indicador tiene implícitos juicios de valor con los cuales analizar un conjunto de transferencias. En un famoso artículo, Anthony Atkinson (1970) propone hacer esos juicios explícitos. La idea de Atkinson es construir un índice lo suficientemente flexible para permitirle al analista elegir la estructura de ponderaciones que más se acerque a sus juicios de valor y evaluar la sensibilidad de los resultados ante ponderaciones alternativas.

El índice de Atkinson se define como

(6.49) $$A = 1 - \frac{x^*}{\mu}$$

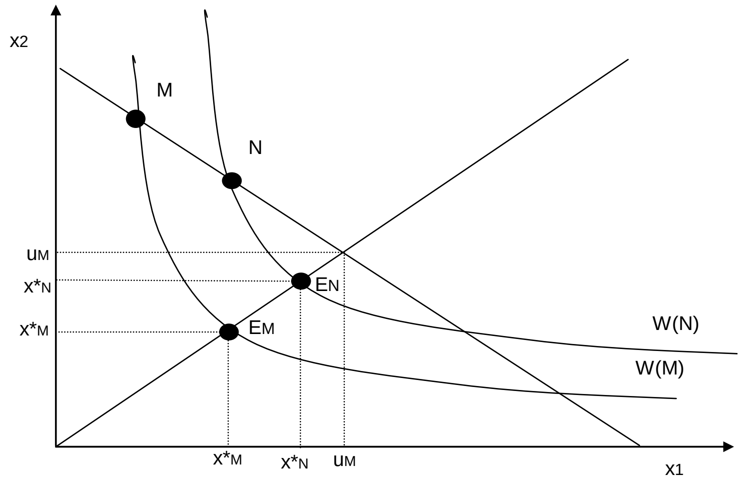
donde x^* es el "ingreso igualmente distribuido", definido como el valor del ingreso x tal que

(6.50) $$W(x_1,...,x_N) = W(x^*,...,x^*)$$

donde W es una función de bienestar social que usualmente se asume simétrica y cóncava. Nótese que x^* es el valor del ingreso tal que si es asignado a todos los individuos de la población implica un bienestar social idéntico al resultante de la distribución real $\{x_1,\ldots x_N\}$.

Analicemos cómo funciona este indicador en un sencillo gráfico para una población de dos personas (figura 6.11). La distribución inicial está ilustrada en el punto M, en el que el ingreso de la persona 2 es superior al de la persona 1. El ingreso medio de esta economía está dado por las coordenadas del punto donde se cruzan la recta de 45 grados con la recta de pendiente -1 que pasa por M. Por su parte, el ingreso igualmente distribuido x^* se encuentra en el punto en el que la curva de indiferencia social que pasa por M corta a la recta de 45 grados (punto E_M). Si las dos personas del ejemplo tuvieran el mismo ingreso x^*_M, el bienestar social sería semejante al correspondiente a la distribución inicial del ingreso M.

Figura 6.11
El índice de Atkinson



Ahora bien, nótese que, si se produce una transferencia igualadora que mueve la distribución de M a N, el ingreso medio obviamente no cambia, pero el ingreso igualmente distribuido aumenta a x^*_N, generando una caída del índice de Atkinson, de acuerdo con lo esperable para un indicador de desigualdad.

Veamos analíticamente si el indicador de Atkinson cumple con la propiedad de Dalton-Pigou. Para ello implementemos el mismo ejercicio que en casos anteriores: simulemos una transferencia igualadora y veamos cómo reacciona el indicador. Asumiendo dx_j=-dx_k ,

(6.51) $$dA = -\frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial x^*}{\partial x_j}dx_j + \frac{\partial x^*}{\partial x_k}dx_k\right] = -\frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial x^*}{\partial x_j} - \frac{\partial x^*}{\partial x_k}\right]dx_j$$

De la definición de x^*,

(6.52) $$\frac{\partial W}{\partial x_j} = N\frac{\partial W}{\partial x^*}\frac{\partial x^*}{\partial x_j}$$

por lo que

(6.53) $$\frac{\partial x^*}{\partial x_j} = \frac{\partial W}{\partial x_j}\bigg/ N\frac{\partial W}{\partial x^*}$$

Reemplazando (6.53) en (6.51) y operando,

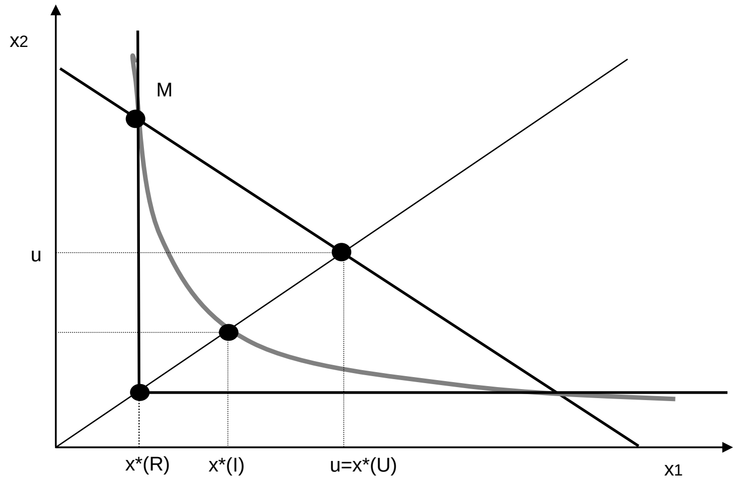
(6.54) $$dA = -\frac{1}{\mu N}\frac{1}{\partial W/\partial x^*}\left[\frac{\partial W}{\partial x_j} - \frac{\partial W}{\partial x_k}\right]dx_j$$

El signo del cambio en el Atkinson depende del término entre corchetes. La derivada $\delta W/\delta x_i$ es la utilidad social marginal del ingreso, e indica cuánto aumenta el bienestar social si se asigna un peso adicional al individuo *i*. Supongamos una transferencia igualadora $dx_j=-dx_k > 0$; $x_j < x_k$. Si se asumen preferencias por la igualdad, entonces un peso adicional en manos de *j* vale más que un peso adicional en manos de *k*, y el corchete en (6.54) resulta positivo. Analíticamente, si *W* es cóncava la utilidad social marginal del ingreso es no creciente, lo que asegura que el término entre corchetes sea no negativo y que, por consiguiente, *A* caiga o al menos permanezca igual ante una transferencia igualadora. En consecuencia, el índice de Atkinson cumple con la propiedad de Dalton-Pigou; lo hace de manera estricta si se asume una función estrictamente cóncava con utilidad social marginal siempre decreciente.

A partir de (6.54) nótese que la magnitud de la caída en *A* ante una transferencia igualadora depende, como en los casos anteriores, negativamente del tamaño de la población *N* y del ingreso medio de la economía μ. Pero a diferencia de otros índices, el cambio en el Atkinson es función de la diferencia entre la utilidad social marginal del ingreso de las dos personas involucradas en la transferencia (el término entre corchetes). Intuitivamente, el Atkinson caerá más cuanto mayor sea la diferencia en la valuación social de un peso adicional en manos de cada una de esas dos personas. Esta diferencia naturalmente depende de la función evaluadora *W*.

El valor del índice de Atkinson depende de la función de bienestar propuesta. Veámoslo con un gráfico que ilustra una distribución *M* (figura 6.12). El ingreso igualmente distribuido asociado a *M* difiere de acuerdo con la forma de las curvas de indiferencia social correspondientes a cada función de bienestar. Si el evaluador fuera rawlsiano, y por consiguiente las curvas de indiferencia social tuvieran forma de L, el ingreso igualmente distribuido estaría en x^*(R). En el otro extremo, para un utilitarista con curvas de indiferencia social rectas con pendiente -1 el ingreso igualmente distribuido $x^*(U)$ coincide exactamente con el ingreso medio μ. Para un evaluador con preferencias sociales intermedias el valor es $x^*(I)$. Dada una distribución cualquiera *M*, el índice de Atkinson *A* es siempre 0 para un utilitarista y máximo para un rawlsiano. El rango de variación del índice de Atkinson *A* es entre 0 y 1. El mínimo de 0 se alcanza para cualquier función de bienestar si la distribución es igualitaria, o para una función utilitarista con cualquier distribución. El máximo de 1 se alcanza con una función rawlsiana y una distribución en la que existen personas con ingreso nulo.

Figura 6.12
El índice de Atkinson con diferentes funciones de bienestar



El índice de Atkinson tiene una interpretación interesante: es la proporción del ingreso que el evaluador estaría dispuesto a sacrificar para alcanzar una distribución igualitaria. Asumiendo que se concibe a la equidad como igualdad de ingresos, si estuviera disponible alguna medida económica que igualara los ingresos, ¿cuánto estaría dispuesto el evaluador a sacrificar del ingreso medio de la economía? Supongamos como ilustración que el índice de Atkinson de una distribución hipotética es 0.1 utilizando una determinada función evaluadora *W*. Eso significa que x^* es un 90% del valor de μ (recordemos que A=1-x^*/μ), lo que implica que, siempre en función de esa *W*, se aprobaría una medida que iguale los ingresos en x^* al costo de reducir el ingreso medio a un 90% de su valor original, es decir, resignando un 10% del ingreso de esa población. El índice de Atkinson (0.1) es entonces precisamente la máxima proporción del ingreso nacional que el evaluador acepta pagar como precio por alcanzar una distribución perfectamente igualitaria.

A la luz de esta interpretación, recordemos que para un utilitarista el índice de Atkinson es siempre 0: alguien indiferente a las cuestiones distributivas no está dispuesto a sacrificar nada en pos de una distribución más igualitaria. En el otro extremo un evaluador rawlsiano es propenso a realizar mayores sacrificios en términos de ingreso nacional por alcanzar una distribución igualitaria.

Para implementar el índice de Atkinson en la práctica es necesario postular una función de bienestar *W*. Si bien en teoría hay plena libertad para hacerlo en tanto esta refleja las posiciones éticas de cada evaluador, en la práctica y siguiendo la sugerencia de Atkinson (1970) se utiliza una función sencilla de tipo CES (elasticidad de sustitución constante).[39]

[39] La forma CES facilita los cálculos, pero implica un supuesto controversial sobre la sustituibilidad entre ingresos en distintos puntos de la distribución (constante). Ver una extensa discusión en Atkinson y Brandolini (2010).

(6.55) $$W = \frac{1}{N}\sum_i \frac{x_i^{1-\varepsilon}}{1-\varepsilon}$$

con $\varepsilon \geq 0$ y $\varepsilon \neq 1$. Cuando $\varepsilon = 1$ la función es

(6.56) $$\ln W = \frac{1}{N}\sum_i \ln x_i$$

El parámetro ε regula el grado de concavidad de la función y, por consiguiente, el grado de convexidad de las curvas de indiferencia. En un extremo, cuando ε=0, W=μ, reflejando el caso utilitarista de curvas de indiferencia lineales con pendiente -1. En el otro extremo, cuando ε tiende a infinito, W converge a una función tipo Leontief con curvas de indiferencia en forma de L. En este caso, el valor de W converge al ingreso de la persona más pobre x_m. La gran ventaja de la función propuesta por Atkinson es que cambiando un simple parámetro permite un amplio abanico de funciones evaluadoras, desde la utilitarista a la rawlsiana.

A ε se lo conoce comúnmente como el parámetro de "aversión a la desigualdad". El nombre no es totalmente satisfactorio. Cuanto mayor es ε más relevancia se le otorga a las transferencias en el extremo inferior de la distribución. Por ejemplo, un rawlsiano aceptaría una combinación de una mínima transferencia de ingreso de personas pobres a personas muy pobres, junto con fuertes transferencias de personas pobres a ricas. Esta combinación posiblemente sería rechazada como inequitativa por otras personas con juicios menos extremos que los rawlsianos, pero no por eso menos "aversas a la desigualdad".

Tomemos ahora la función CES propuesta en (6.55) para obtener el índice A. Para ello debe calcularse el valor de x^* a partir de la ecuación $W(x_1,\ldots x_N) = W(x^*,\ldots x^*)$.

(6.57) $$\frac{1}{N}\sum_i \frac{x_i^{1-\varepsilon}}{1-\varepsilon} = \frac{1}{N}\sum_i \frac{x^{*1-\varepsilon}}{1-\varepsilon}$$

Despejando x^* y aplicándolo a la fórmula de A, resulta[40]

(6.58) $$A = 1 - \frac{\left[\frac{1}{N}\sum_i x_i^{1-\varepsilon}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}}{\mu} \quad , \varepsilon \geq 0,\ \varepsilon \neq 1$$

Como el resto de los indicadores, el Atkinson es una suma ponderada de los ingresos de las personas, pero a diferencia del resto, la forma de ponderar no está implícita en el índice sino que debe ser explicitada a través de la elección del parámetro ε.

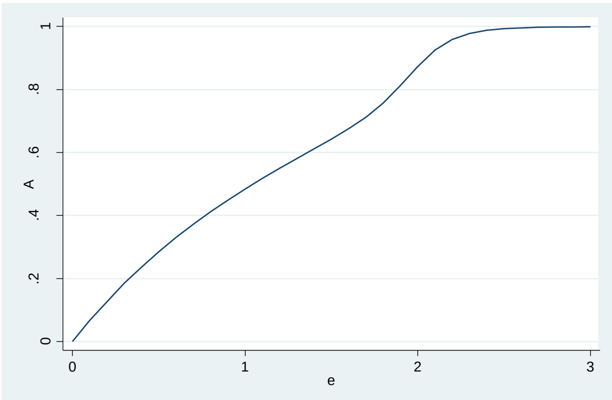
De la fórmula anterior, nótese que, cuando ε=0, A se hace 0; mientras que si ε tiende a infinito A converge a 1-x_m/μ. En el primer caso ningún cambio alterará la evaluación de

[40] Cuando ε=1, A es igual a 1 menos el ratio de la media geométrica y aritmética.

la desigualdad, mientras que en el segundo solo lo hará un cambio en el ingreso relativo de la persona más pobre.

La figura 6.13 muestra el índice de Atkinson de Colombia en 2006 considerando valores alternativos de ε. Nótese cómo el valor de A converge rápidamente a 1 a medida que ε aumenta, por lo que en la práctica no es necesario elegir valores de ε muy altos, aun si se tienen juicios de valor rawlsianos.

Figura 6.13
Índice de Atkinson
Colombia, 2006



Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la GEIH.

En las aplicaciones empíricas los investigadores suelen tomar ε en el rango (0,2]. Algunos han tratado de inferir el valor de ε a partir de estimaciones de preferencias sociales implícitas en las estructuras tributarias (Stern, 1977) y otros a partir de evidencia experimental (Amiel, Creedy y Hurn, 1999), obteniendo en general valores en ese rango. El cuadro 6.5 presenta el índice de Atkinson para valores alternativos de ε para un conjunto de países latinoamericanos. Las comparaciones de índices de Atkinson entre países deben naturalmente hacerse manteniendo constante el valor de ε, es decir, dentro de una misma columna del cuadro.[41] Si bien el ordenamiento de países es aproximadamente el mismo, hay diferencias en el ranking de acuerdo con el valor de ε. Por ejemplo, ordenados de menor a mayor desigualdad Paraguay está noveno (sobre nueve países) con ε=0.5, sexto con ε=1 y séptimo con ε=2.

[41] El índice de Atkinson con valores altos de ε es muy sensible a los ingresos de la cola inferior de la distribución. Como vimos, con ε tendiendo a infinito el índice vale 1 toda vez que alguien tenga un ingreso cero. Como en la práctica eso muchas veces ocurre (por las razones discutidas en el Apéndice III) se suelen eliminar los ingresos cero antes de iniciar el análisis.

Cuadro 6.5
Índices de Atkinson
América Latina

País	Año	A(0.5)	A(1)	A(2)
Brasil	2007	0.251	0.427	0.694
Costa Rica	2006	0.201	0.353	0.585
Rep. Dominicana	2006	0.226	0.378	0.585
El Salvador	2005	0.209	0.389	0.741
Guatemala	2006	0.250	0.419	0.653
México	2006	0.210	0.364	0.652
Panamá	2006	0.250	0.443	0.720
Paraguay	2007	0.252	0.413	0.667
Perú	2006	0.203	0.355	0.578
Venezuela	2006	0.157	0.288	0.573

Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de las encuestas de hogares.

El índice de Atkinson y el de entropía general guardan una estrecha relación, dada por la siguiente ecuación,

(6.59)
$$A(\varepsilon) = 1 - \left[(\varepsilon^2 - \varepsilon)E(1-\varepsilon) + 1\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \quad \text{para } 0 < \varepsilon \neq 1$$

lo que sugiere una interpretación semejante para ε y 1-*c*. Nótese por ejemplo como es posible reproducir los valores de la columna *A*(2) en el cuadro 6.5 a partir de la columna de *E*(-1) en el cuadro 6.4, aplicando la ecuación anterior.

6.4.7. Otros índices flexibles

Acorde con la idea de Atkinson (1970) de construir índices flexibles, Yitzhaki (1983) propuso un coeficiente de Gini generalizado calculado como

(6.60)
$$G(a) = 1 - a(a-1)\int_0^1 (1-p)^{a-2} L(p)dp\,, \quad a>1$$

Nótese que, cuando *a*=2, el Gini generalizado es el usual coeficiente de Gini, en el que las ordenadas de la curva de Lorenz *L*(*p*) se suman de forma no ponderada. La elección de distintos valores de *a* permite considerar estructuras de ponderación distintas. Por ejemplo $a \to 1$ aproxima el caso utilitarista, mientras que $a \to \infty$ capta el caso rawlsiano.

Kolm (1976) propone un índice de desigualdad absoluta flexible

(6.61)
$$K = \frac{1}{\tau}\ln\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} e^{\tau(\mu - x_i)}\right], \quad \tau > 0$$

donde el parámetro τ capta la “aversión a la desigualdad” y otorga flexibilidad al índice. Nótese que una transformación aditiva no modifica el valor del índice, pero sí lo hace un cambio de escala.

6.4.8. Los índices en acción: un ejemplo

El ejemplo presentado en el cuadro 6.6 busca reforzar la comprensión del funcionamiento de los índices de desigualdad. Por simplicidad, supongamos una población de 5 personas. La distribución *A* es la inicial en un determinado país.[42] Supongamos que hay un cambio de *A* a *B* por el que el individuo 3 pierde $20, el más pobre gana $15 y el más rico $5. Nótese las diferencias en la evaluación de ese cambio: el cociente de ingresos extremos, el Gini, algunos índices de entropía y todos los de Atkinson considerados reportan una caída en la desigualdad. En cambio, de acuerdo con la participación del quintil 5, el índice de Schutz y el coeficiente de variación, la desigualdad aumenta.

Cuadro 6.6
Ejemplo de índices de desigualdad

	A	B	C	D
1	27	42	35	29
2	58	58	58	58
3	91	71	71	71
4	149	149	149	149
5	475	480	487	493
promedio	160	160	160	160
Indicadores de desigualdad				
cociente q5/q1	17.6	11.4	13.9	17.0
share q5	0.59	0.60	0.61	0.62
Gini	0.494	0.484	0.498	0.510
Schutz	0.394	0.400	0.409	0.416
CV	1.14	1.15	1.17	1.20
Entropía				
E(0)	2.74	2.45	2.62	2.81
E(1) - Theil	0.435	0.430	0.452	0.473
E(2)	0.516	0.526	0.551	0.572
Atkinson				
A(0.5)	0.206	0.198	0.209	0.221
A(1)	0.374	0.348	0.369	0.391
A(2)	0.578	0.511	0.545	0.581
A(20)	0.816	0.714	0.762	0.803

Consideremos ahora el paso de *A* a *C* por el que la persona 3 pierde $20, el más pobre gana $8 y el más rico $12. La estructura de transferencias ahora está más desbalanceada a favor del rico, por lo que muchos indicadores reportan un aumento de la desigualdad entre *A* y *C*. Otros, sin embargo, evalúan el cambio como igualador: es el caso del cociente de ingresos, el índice de entropía con parámetro 0 y el Atkinson con parámetro 1 o superior.

Analicemos finalmente el paso de *A* a *D*: este es un caso en el que de los $20 que pierde la persona 3, $18 van a la persona más rica y solo $2 a la más pobre. Nótese que todos los indicadores evalúan este cambio como desigualador, salvo el cociente de ingresos extremos y el Atkinson con ε muy alto. Para un rawlsiano el elemento central de la nueva distribución *D* es la ganancia del más pobre.

[42] Aunque el ejemplo es hipotético, la distribución inicial está tomada de la observada en Ecuador, 2007.

6.5. Robustez y significatividad

Supongamos que en un país el coeficiente de Gini ha caído un par de puntos entre dos momentos del tiempo. Antes de elogiar el desempeño distributivo de esta economía, es importante contestar tres preguntas importantes: (i) ¿es robusto el resultado a cambios metodológicos, en particular a la elección de índices alternativos?, (ii) ¿es el cambio estadísticamente significativo?, (iii) ¿es el cambio cuantitativamente relevante en términos económicos? En esta sección estudiamos algunos instrumentos con los que abordar estas preguntas.

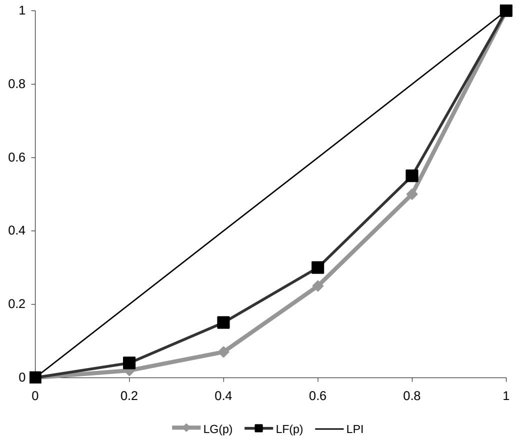
6.5.1. Robustez y dominancia de Lorenz

Como hemos visto en la sección anterior, índices diferentes pueden generar ordenamientos distintos de las distribuciones analizadas. Existe una condición que asegura coincidencia (robustez) en las evaluaciones cualitativas de desigualdad para un amplio conjunto de indicadores: la dominancia de Lorenz.

Una distribución F domina en sentido de Lorenz a una distribución G si la curva de Lorenz de F no está en ningún punto por debajo de la de G (figura 6.14). Formalmente,

(6.62) $$F \succ_L G \;\; si \, L_F(p) \geq L_G(p) \;\; \forall p \in [0,1], \; L_F \neq L_G$$

Figura 6.14
Dominancia de Lorenz

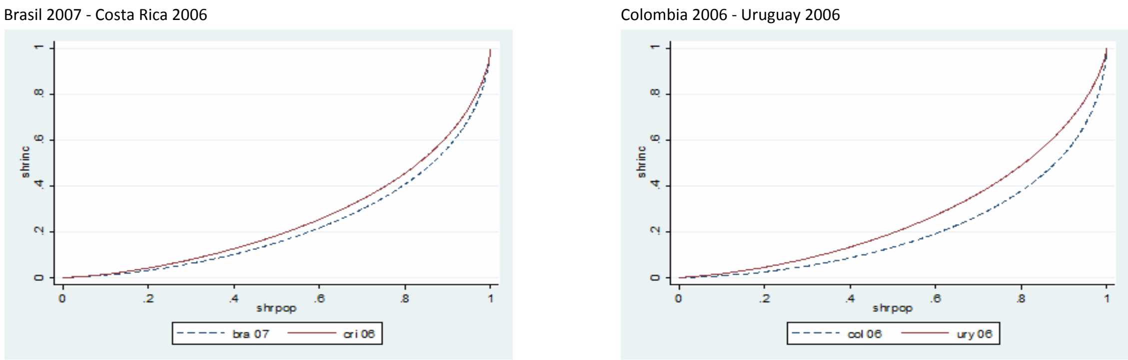


Es posible probar un teorema que indica que para todo indicador de desigualdad I que cumpla con la propiedad de Dalton-Pigou en sentido estricto, si $F \succ_L G \Rightarrow I(F) < I(G)$, donde $I(F)$ indica el valor del indicador de desigualdad I aplicado a la distribución F.[43] El teorema es intuitivamente claro: si F domina a G en sentido de Lorenz, es posible pasar de G a F a través de transferencias igualadoras. Estos movimientos hacen caer al índice de desigualdad, siempre que este cumpla con Dalton-Pigou, por lo que el índice de desigualdad de F será menor que el de G.

[43] Puede consultarse la prueba en Lambert (2001).

El teorema indica que si una curva de Lorenz está por encima de otra, los resultados cualitativos de las comparaciones de desigualdad coinciden entre todos los índices. Dominancia de Lorenz es entonces el criterio de robustez de las comparaciones de desigualdad ante cambios de indicadores. El teorema resulta muy útil para ordenar el análisis distributivo: si estamos interesados en comparar dos distribuciones en términos de desigualdad, lo ideal es chequear inicialmente dominancia de Lorenz. Si existe dominancia, el resultado de la comparación queda establecido, con independencia del índice utilizado. La magnitud del cambio en la desigualdad sí va a depender del indicador elegido, pero no el signo de la comparación. La figura 6.15 muestra un par de casos donde se cumple la dominancia de Lorenz: Costa Rica resulta menos desigual que Brasil y Uruguay menos desigual que Colombia. Todos los indicadores calculados confirman la menor desigualdad en las distribuciones Lorenz-dominantes.

Figura 6.15
Dominancia de Lorenz



Fuente: elaboración propia sobre la base de microdatos de las encuestas de hogares.

Existe un teorema que extiende el resultado anterior a comparaciones de bienestar. El teorema indica que para toda función de bienestar W creciente, simétrica y estrictamente cuasicóncava, si $\mu_F = \mu_G$ y $F \succ_L G \Rightarrow W(F) > W(G)$. Este teorema también es intuitivamente claro: si dos distribuciones tienen la misma media, pero la desigualdad es inequívocamente inferior en una, ésa será la distribución preferida por todo evaluador averso a la desigualdad. Este teorema es una extensión del inicialmente formulado por Atkinson (1970).

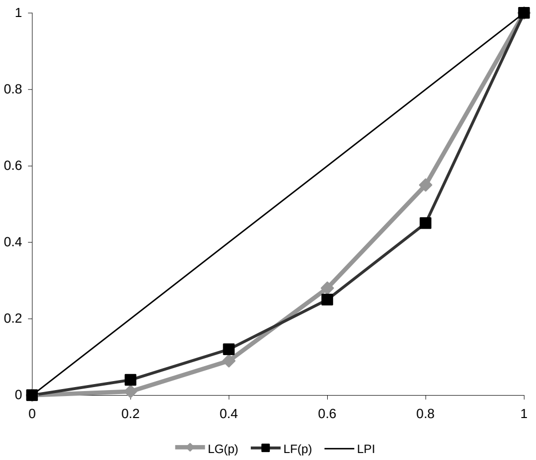
Teorema de Atkinson:

Si $\mu_F = \mu_G$ y $F \succ_L G \Rightarrow \int \alpha(x) f(x)dx > \int \alpha(x) g(x)dx \quad \forall \alpha(x)\ t.q.\ \alpha'(x) > 0\ ,\ \alpha''(x) < 0$

Si F es una distribución con idéntica media a G, pero menor desigualdad, será preferida por todo evaluador con una función de bienestar aditiva separable, simétrica y estrictamente cóncava. Esta función es un caso particular de la W cuasicóncava, por lo que el teorema de Atkinson es un caso particular del teorema anterior.

Todos los teoremas anteriores parten de que una distribución que domina en sentido de Lorenz a otra. ¿Por qué es importante que las curvas no se crucen? La figura 6.16 ilustra un caso hipotético de cruce de curvas de Lorenz. En la distribución *F* el 40% más pobre tiene una mayor participación en el ingreso nacional que en la distribución *G*, lo que induce a pensar que se trata de una distribución más igualitaria; conclusión que podría revertirse si advertimos que el 40% más rico en *F* acumula más ingreso que el grupo equivalente en *G*. De hecho, es posible pasar de *F* a *G* a través de combinaciones de transferencias igualadoras de los estratos medios a los más bajos y transferencias desigualadoras de los medios a los sectores más ricos. Como discutimos extensamente antes, este es un caso ambiguo en el que la evaluación agregada del cambio dependerá de la estructura de ponderaciones dadas a cada transferencia, la cual depende de los juicios de valor del analista.[44]

Figura 6.16
Cruces de curvas de Lorenz



¿Cuán usual es encontrar en la práctica dominancia de Lorenz? El cuadro 6.7 compara las distribuciones de todos los países de América Latina para un año cercano a 2007. En el 51% de las 153 comparaciones posibles existe dominancia de Lorenz.

[44] Existe una literatura que busca introducir condiciones según las cuales es posible ordenar distribuciones con curvas de Lorenz que se intersectan. El criterio más conocido es el de dominancia de Lorenz de segundo grado ascendente, que exige integrar las curvas desde el origen. Ver Aaberge (2008) para un resumen y propuestas.

Cuadro 6.7
Dominancia de Lorenz entre países
Distribuciones del ingreso per cápita familiar

País	Año	Domina	Dominada	Cruces	Total
Argentina	2006	8	2	7	17
Bolivia	2005	0	13	4	17
Brasil	2007	2	6	9	17
Chile	2006	5	1	11	17
Colombia	2006	0	11	6	17
Costa Rica	2006	8	2	7	17
Rep. Dominicana	2006	4	1	12	17
Ecuador	2006	3	6	8	17
El Salvador	2005	1	3	13	17
Guatemala	2006	0	6	11	17
Honduras	2006	1	8	8	17
México	2006	6	2	9	17
Nicaragua	2005	1	3	13	17
Panamá	2006	2	5	10	17
Paraguay	2007	0	9	8	17
Perú	2006	9	1	7	17
Uruguay	2006	16	0	1	17
Venezuela	2006	13	0	4	17

Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de las encuestas de hogares.
Nota: la tabla registra los resultados de las comparaciones de todas las distribuciones.

6.5.2. Significatividad estadística

En la práctica, los indicadores de desigualdad son estimaciones puntuales calculadas sobre datos de una muestra de la población, lo cual genera el problema de la significatividad estadística discutido en el capítulo 2. La forma usual de abordar este problema consiste en acompañar a las estimaciones puntuales con alguna medida de su variabilidad muestral (su desvío estándar, por ejemplo), o reemplazar las estimaciones puntuales por intervalos. El problema de medir la variabilidad muestral para los índices de desigualdad es más delicado que para las medidas simples discutidas en capítulos anteriores, como el ingreso medio o la tasa de incidencia de la pobreza, dado que los índices de desigualdad son funciones relativamente complejas de los datos y no simples promedios.

Las fórmulas desarrolladas en este capítulo para los índices de desigualdad deben ser entendidas como estimadores que son consistentes para sus valores poblacionales sobre la base de algún principio estadístico, como el método de momentos. En este marco analítico es posible mostrar que los estimadores son, además de consistentes, asintóticamente normales. Las fórmulas para las varianzas asintóticas son complejas y de uso infrecuente en la práctica. Referimos a Maasoumi (1997) para una discusión pormenorizada de este tema.

A la luz de la discusión del capítulo 2, las técnicas de remuestreo o *bootstrap* constituyen una alternativa adecuada para la cuantificación de la variabilidad muestral. El uso de versiones simples del *bootstrap* para el caso de las medidas de desigualdad se inicia con un trabajo de Mills y Zandvakili (1997), quienes documentan la conveniencia y simplicidad de esta aproximación.[45] Existen versiones más sofisticadas que permiten mejorar el desempeño del *bootstrap* simple. En el caso del índice de Theil, Davidson y Flachaire (2007) sugieren que el *bootstrap* simple puede tener problemas si la distribución del ingreso presenta "colas pesadas", es decir, si la probabilidad de que ocurran valores extremos (en particular, valores altos) es relativamente elevada.[46] Más concretamente, si los ingresos fuesen mejor representados por distribuciones de colas pesadas como las de Pareto o Singh-Maddala, en vez de distribuciones como la log normal de "colas livianas", el *bootstrap* simple pierde confiabilidad. Estos autores proponen reemplazar el *bootstrap* simple por un procedimiento donde se remuestrean m en vez de las n observaciones originales, con $m < n$.[47] Para el caso del coeficiente de Gini, los resultados de Davidson (2009) también sugieren que la performance del *bootstrap* simple es relativamente buena, a menos que las distribuciones subyacentes tengan colas muy pesadas. Adicionalmente, Davidson (2009) deriva una fórmula simplificada para la varianza asintótica, la cual además puede ser utilizada para mejorar el *bootstrap* simple, sobre la base de un procedimiento basado en percentiles de estadísticos t.

Los resultados del *bootstrap* simple son mejorables, pero sobre la base de métodos sofisticados de compleja implementación práctica, lo que genera un *trade-off* entre confiabilidad estadística y simplicidad computacional. Existen propuestas que desde un punto de vista puramente estadístico son superiores, pero que en la práctica son relegadas ya que resultan más difíciles de implementar y/o comunicar. Davidson (2009) presenta una visión clara de estas alternativas en el contexto del problema de inferencia para el coeficiente de Gini.[48]

La figura 6.17 muestra estimaciones puntuales del coeficiente de Gini de la distribución del ingreso per cápita familiar en Brasil y México, junto con sus intervalos de confianza al 95% computados sobre la base de un *bootstrap* simple con 200 repeticiones. A modo de ejemplo, el Gini de Brasil se redujo de 59.3 a 59.2 entre 1997 y 1998. Si bien la estimación puntual cae, los intervalos de confianza (al 95% de confiabilidad) se superponen: [59.2, 59.6] para 1997 y [59.0, 59.5] para 1998. Esta superposición sugiere aceptar la hipótesis nula de ausencia de variaciones en la desigualdad. En cambio, la estimación puntual para 1999 es 58.6 y su intervalo [58.4, 58.8], lo que permite aseverar

---

[45] Sosa Escudero y Gasparini (2000) presentan una aplicación de estos métodos para el caso de la desigualdad en Argentina.

[46] Esta es la razón por la cual el *bootstrap* es más confiable para el problema de la medición de la pobreza que para la desigualdad. La primera usa relativamente poca (si alguna) información de la cola derecha de la distribución del ingreso, cuyos valores extremos son los que afectan la performance del *bootstrap*.

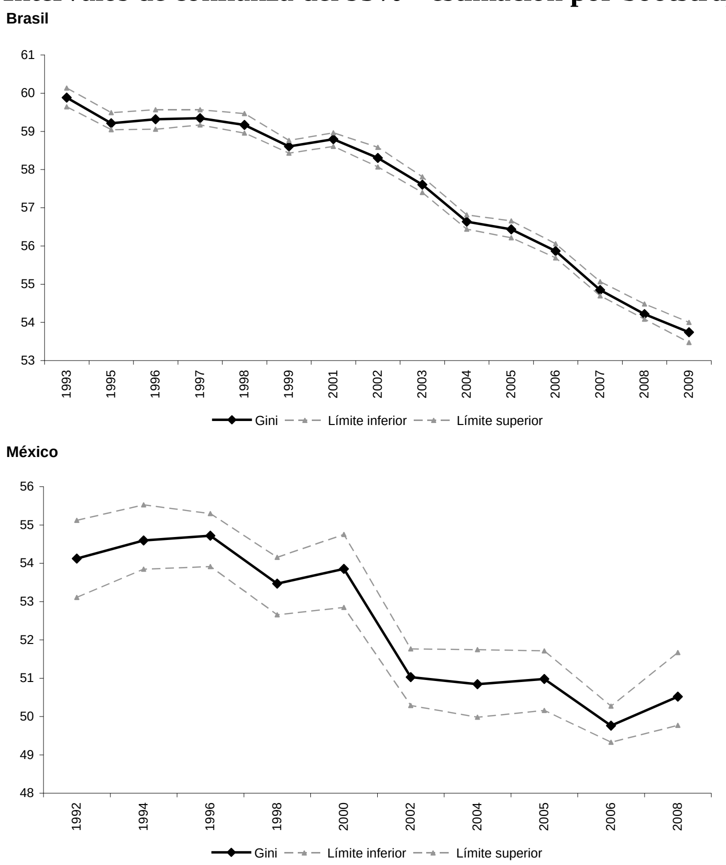
[47] Ver Davidson y Flachaire (2007) para más detalles y para un procedimiento simple para elegir el valor de m.

[48] Este *trade-off* no es propio del problema de este capítulo, sino en general de la práctica económica, que muchas veces prefiere sacrificar optimalidad estadística en pos de simplicidad o comunicabilidad. Al respecto, e irónicamente, Peter Kennedy (2003) menciona que "…los econometristas teóricos trabajan arduamente para diseñar tests sofisticados, con alta potencia, pero, como señala McAleer (1994), un test que nadie usa tiene potencia nula, sugiriendo que los procedimientos tienen que ser sencillos para que esta ganancia en potencia se efectivice en la práctica".

con gran confiabilidad que en Brasil la desigualdad de ese año (medida por el Gini) fue inferior a la de los años anteriores.

Dado el menor número de observaciones en la encuesta de hogares, en México los intervalos de confianza son más anchos (más de un punto y medio del Gini frente a medio punto en promedio en el caso de Brasil). El Gini estimado en ese país en 2008 fue inferior al de 2002, pero la diferencia no es estadísticamente significativa. En cambio, la diferencia con cualquiera de los años de la década de 1990 sí es lo suficientemente grande como para reportar con confianza una caída de la desigualdad entre las dos décadas en México.

Figura 6.17
Coeficientes de Gini de la distribución del ingreso per cápita familiar
Intervalos de confianza del 95% - estimación por bootstrap simple



Fuente: Elaboración propia sobre la base de SEDLAC.

6.5.3. Significatividad económica

Aun cuando el cambio en un indicador de desigualdad sea estadísticamente significativo, queda por evaluar si se trata de un cambio *económicamente* significativo. ¿Es el cambio observado en el Gini de un país determinado “grande”? La pregunta es ambigua y las respuestas lo son más. La magnitud de un cambio distributivo puede evaluarse en función de la historia pasada del país, en función de la experiencia de otras economías, sobre la base de su impacto sobre medidas del bienestar social, o sobre otras variables. La evaluación de la relevancia de un cambio también dependerá de los juicios de valor del analista. La práctica en el análisis distributivo ayuda a formarse una idea de cuándo se trata de cambios económicamente relevantes. Por ejemplo, como se mencionó anteriormente, el cambio de un par de puntos en el Gini en un período corto (por ejemplo, de 48 a 50) es indicio de un cambio distributivo económicamente considerable. Otra posibilidad para evaluar la relevancia económica del cambio en la desigualdad es simular el impacto de ese cambio sobre la pobreza o el bienestar agregado, asumiendo que el crecimiento económico es nulo. Por ejemplo, entre 2003 y 2006 en Chile el coeficiente de Gini de la distribución del ingreso per cápita familiar se redujo 3 puntos (de 54.8 a 51.8). Si el ingreso medio no hubiera variado en ese período, la tasa de pobreza medida con la línea oficial moderada chilena habría caído en alrededor de 3 puntos, lo cual parece un cambio económicamente relevante. El capítulo 8 trata extensamente la relación entre pobreza, desigualdad y crecimiento, y desarrolla instrumentos para realizar simulaciones como la propuesta.

6.6. Descomposiciones

Uno de los instrumentos más utilizados para el análisis de la desigualdad es el de las *descomposiciones*. En esta sección presentamos dos tipos de descomposiciones sencillas –por grupo y por componente– que resultan útiles para caracterizar el nivel y los cambios en la desigualdad.

6.6.1. Descomposiciones por grupo

Supongamos que nos interesa caracterizar la desigualdad de ingresos y que dividimos a las personas en grupos según la región en la que habitan. Comencemos por un punto simple pero importante: a diferencia de la pobreza, la desigualdad en un agregado no es simplemente alguna suma o promedio ponderado de las desigualdades en cada grupo. Supóngase que todos los habitantes de la región A tienen un ingreso de 10, mientras que en B todos gozan de un ingreso de 200. La desigualdad en cada región es nula y, por ende, también es nula cualquier suma o promedio de las dos desigualdades regionales, pero es claro que la desigualdad en el país es significativa, ya que las disparidades de ingreso *entre regiones* son considerables.

El primer paso en toda descomposición por grupo es asignar a cada individuo i a un grupo g (y solo a un grupo). La(s) variable(s) que determinan la asignación entre grupos deben ser escogidas entre los factores asociados a la diversidad de ingresos, como la ubicación geográfica, el nivel educativo o la pertenencia étnica. Descomponer un índice de desigualdad I es expresarlo como una función de (i) la desigualdad entre los ingresos medios de cada grupo g y (ii) un promedio ponderado de las desigualdades dentro de cada grupo g. El primer factor es llamado desigualdad intergrupal (*between inequality*) y el segundo es la desigualdad intragrupal (*within inequality*).

Una propiedad natural que se le exige a un índice de desigualdad I es ser *consistente ante las descomposiciones por grupos*: si entre dos distribuciones la desigualdad en cada grupo medida por el índice I no decrece y la desigualdad entre grupos tampoco cae, la desigualdad agregada medida por I no puede disminuir.

Existen algunos indicadores que no cumplen con esta propiedad. El caso del coeficiente de Gini es el más conocido. El cuadro 6.8 propone un ejemplo, suponiendo seis personas en un país agrupadas en dos regiones, Norte y Sur.

Cuadro 6.8
Ejemplo de inconsistencia ante descomposiciones del coeficiente de Gini

	t1	t2	Cambio
Región Norte			
a	180	180	0
b	210	190	-20
c	240	290	50
Media	210	220	10
Región Sur			
d	80	40	-40
e	100	170	70
f	390	360	-30
Media	190	190	0

Entre t_1 y t_2 el coeficiente de Gini registra un aumento tanto en el Norte del país (de 0.063 a 0.111) como en el Sur (de 0.363 a 0.374), a la vez que registra una suba en la desigualdad entre regiones (nótese que solo aumenta el ingreso medio en la región más rica). Sin embargo, la desigualdad en la población total según el Gini cae (de 0.278 a 0.267). La clave de la inconsistencia está en el patrón de transferencias de la región Sur. Entre t_1 y t_2 se ha producido una transferencia desigualadora de $40 (desde la persona *d* a la persona *e*) y una igualadora de $30 (desde *f* hacia *e*). El Gini del Sur aumenta ya que la transferencia desigualadora es mayor y la ponderación que el Gini otorga a las dos transferencias es idéntica, ya que ambas involucran personas cuya diferencia en el ranking de ingresos en el Sur es la misma (1 lugar). Al extender la evaluación al total del país, la distancia en el ranking nacional entre *d* y *e* se mantiene mientras que la distancia entre *f* y *e* aumenta (de 1 lugar a 4 lugares), lo que incrementa la ponderación de la transferencia igualadora entre esas dos personas. El cambio en la ponderación de esta transferencia termina afectando fuertemente la evaluación final de la desigualdad agregada. Nótese que la inconsistencia que genera el Gini se produce cuando existen superposiciones entre las distribuciones de cada grupo, como en el ejemplo.

Es posible probar el siguiente teorema que caracteriza el conjunto de índices que cumplen con la consistencia ante descomposiciones: cualquier medida de desigualdad que satisfaga simultáneamente las propiedades de (i) Dalton-Pigou, (ii) invarianza a la escala, (iii) invarianza a las réplicas y (iv) consistencia frente a descomposiciones debe expresarse como

(6.63) $$E(c) = \frac{1}{Nc(c-1)} \sum_i \left[\left(\frac{x_i}{\mu} \right)^c - 1 \right] \quad \text{con } c \neq 0,1$$

ó como una transformación ordinalmente equivalente $J(E(c))$. Nótese que $E(c)$ es el índice de entropía general presentado anteriormente. Existen indicadores que pueden escribirse como transformaciones monótonas crecientes de este índice y, por lo tanto, son parte de la familia de medidas que cumplen las tres propiedades básicas más la consistencia ante descomposiciones. El índice de Atkinson, por ejemplo, tiene una estrecha relación con el de entropía general (ver ecuación (6.59)) y cumple con el teorema. En cambio, otros índices como el coeficiente de Gini no pueden escribirse como función del indicador de entropía, por lo que el teorema sugiere que no cumpliría al menos una de las cuatro propiedades enunciadas en la premisa. De hecho, acabamos de mostrar que el Gini no cumple con la consistencia ante descomposiciones.

El índice de entropía no solo cumple con el teorema sino que, a diferencia de otros indicadores (como el Atkinson), admite una descomposición muy conveniente: la simple suma de dos términos (i) la desigualdad entre grupos, $E_B(c)$, y (ii) un promedio ponderado de la desigualdad dentro de cada grupo, $E_W(c)$.

(6.64) $$E(c) = E_B(c) + E_W(c)$$

donde la desigualdad intergrupal es

(6.65) $$E_B(c) = \frac{1}{c(c-1)}\left[\sum_j \left(\left(\frac{\mu_j}{\mu}\right)^c - 1\right) f_j\right]$$

siendo f_j la participación del grupo j en la población. La desigualdad intragrupal es un agregado de la desigualdad dentro de cada grupo g. Formalmente,

(6.66) $$E_W(c) = \sum_j E_j(c)\varpi_j$$

Para que la descomposición sea la simple suma de $E_B(c)$ y $E_W(c)$ los ponderadores deben ser

(6.67) $$\varpi_j = h_j^c f_j^{1-c}$$

donde h_j es la participación del grupo j en el ingreso total. Nótese que ϖ es la media geométrica de las dos participaciones f y h con ponderador c. Solo en los casos especiales que c sea 0 o 1, los ponderadores suman 1. De hecho, las descomposiciones por grupo más populares son las que se realizan con el índice de Theil (c tendiendo a 1).

El cuadro 6.9 toma la distribución de los ingresos laborales para la población empleada de varios países de América Latina e implementa una descomposición del índice de Theil dividiendo a la población en 6 grupos educativos. En promedio, alrededor del 25% de la desigualdad laboral total corresponde a diferencias entre niveles educativos, mientras que el restante 75% corresponde a desigualdad interna a cada grupo.

Cuadro 6.9
Descomposición del índice de Theil de los ingresos laborales
Descomposición por grupo educativo

		Theil			Participaciones		
País	Año	Inter	Intra	Total	Inter	Intra	Total
Bolivia	2005	0.143	0.479	0.622	23.0	77.0	100.0
Colombia	2006	0.192	0.402	0.594	32.3	67.7	100.0
Costa Rica	2006	0.126	0.284	0.410	30.8	69.2	100.0
Ecuador	2006	0.175	0.444	0.619	28.3	71.7	100.0
El Salvador	2005	0.095	0.330	0.425	22.3	77.7	100.0
Guatemala	2006	0.157	0.508	0.666	23.6	76.4	100.0
México	2006	0.162	0.358	0.520	31.1	68.9	100.0
Perú	2006	0.123	0.405	0.528	23.3	76.7	100.0
Uruguay	2006	0.115	0.366	0.481	23.8	76.2	100.0
Venezuela	2006	0.054	0.235	0.289	18.6	81.4	100.0

Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de las encuestas de hogares.

Dado que el Gini es el indicador de desigualdad más difundido, algunos autores han estudiado sus propiedades ante descomposiciones. En el caso que haya superposición en el soporte de las distribuciones de los grupos *g* el Gini puede escribirse como

(6.68) $$G = \sum_j f_j h_j G_j + G_B + R$$

donde G_B es el Gini entre grupos y R un residuo que depende del grado de superposición entre las distribuciones.[49]

6.6.2. Descomposición por componente o fuente

En la sección anterior dividimos a la población en grupos y evaluamos diferencias en el ingreso. En esta sección, en cambio, trabajamos con toda la población sin desagregar pero dividimos el ingreso de cada persona en montos provenientes de diferentes componentes o fuentes; por ejemplo, ingresos provenientes del trabajo asalariado formal, informal, del trabajo por cuenta propia, ingresos de capital, subsidios estatales, etc. Sea entonces

(6.69) $$x = \sum_{k=1}^{K} x_k$$

donde *k* indexa a las distintas fuentes de ingreso. A diferencia de la descomposición por grupos, el Gini sí se puede descomponer de manera consistente por fuentes de ingresos. Recordemos de la ecuación (6.23) que el Gini puede escribirse en función de la covarianza del ingreso y su rango, $G(x)=2cov(x,F(x))/\mu$. A partir de esa expresión, Lerman y Yitzhaki (1985) proponen la siguiente descomposición

(6.70) $$G(x) = \sum_{k=1}^{K} \left[\frac{\mathrm{cov}(x_k, F(x))}{\mathrm{cov}(x_k, F(x_k))} \right] \left[\frac{2\,\mathrm{cov}(x_k, F(x_k))}{\mu_k} \right] \frac{\mu_k}{\mu}$$

[49] Ver Pyatt (1976), Lambert (2001), Dagum (1997) y Mussard y Richard (2008) para interpretaciones del residuo y propuestas sobre la descomposición del Gini.

que se resume a

(6.71) $$G(x)=\sum_{k=1}^{K}R_k G(x_k)s_k$$

donde $G(x_k)$ es el Gini del ingreso de la fuente k, $s_k=\mu_k/\mu$ es la participación de la fuente k en el ingreso total, y

(6.72) $$R_k=\frac{\operatorname{cov}(x_k,F(x))}{\operatorname{cov}(x_k,F(x_k))}$$

es la llamada correlación-Gini entre el ingreso de la fuente k y el ingreso total. El denominador de esta expresión es la covarianza entre el ingreso individual en la fuente k y la posición de la persona en la distribución de esa variable, por lo que se trata de un valor positivo. El numerador en (6.72) es la covarianza entre el ingreso de la persona en la fuente k y su posición en la distribución del ingreso total. Esta covarianza no necesariamente es positiva. Un ejemplo de covarianza negativa es el de ingresos provenientes de un programa social muy focalizado que entrega montos decrecientes en el ingreso per cápita de la persona.

Volvamos a la expresión de la descomposición del Gini (6.71). El aporte de cada fuente k a la desigualdad total depende del grado de desigualdad en el ingreso de esa fuente $G(x_k)$, de la relevancia de la fuente en el ingreso total s_k, y del grado de correlación-Gini R_k: ciertas fuentes con correlación negativa, de hecho, contribuyen a una reducción de la desigualdad global.

Supóngase que se multiplica el ingreso de una fuente k por $(1+e_k)$ con e_k arbitrariamente pequeño. En este caso Stark, Taylor y Yitzhaki (1986) muestran que

(6.73) $$\frac{\partial G(x)}{\partial e_k}=s_k(R_k G(x_k)-G(x))$$

En términos de elasticidades,

(6.74) $$\frac{\partial G(x)}{\partial e_k}\frac{1}{G(x)}=s_k(\eta_k-1)$$

donde η es la elasticidad-Gini de la fuente de ingreso k definida como

(6.75) $$\eta_k=\frac{R_k.G_k}{G}$$

De (6.74), si $\eta>1$, un incremento en los ingresos de la fuente k se traduce en un aumento de la desigualdad, medida por el Gini.

Medina y Galván (2008) realizan una descomposición del coeficiente de Gini por fuentes de ingreso en los países de la región y encuentran que los ingresos laborales dan cuenta de más del 70% de la desigualdad total en todos los países de América Latina. La contribución de los ingresos del capital es relativamente pequeña (5% en promedio en

2005, según ese estudio), dado que a pesar de tratarse de una fuente con alta desigualdad, su importancia relativa es menor, en parte como consecuencia de los problemas de captación de este tipo de ingresos en las encuestas de hogares. El cuadro 6.10 reproduce las elasticidades Gini para cuatro fuentes en que se divide el ingreso de los hogares. Las elasticidades resultan cercanas a 1 para los ingresos laborales, en varios casos inferiores a 1 para las transferencias, y en general significativamente superiores a 1 en el caso del capital.

Cuadro 6.10
Elasticidad-Gini de fuentes de ingreso

	Ingreso laboral	Transferencias	Capital	Alquiler imputado
Argentina	0.99	0.54	1.82	0.99
Bolivia	0.95	1.11	1.44	1.16
Brasil	1.00	1.97	0.91	-
Chile	1.02	0.84	1.52	0.65
Colombia	0.96	2.22	1.28	-
Costa Rica	0.98	1.03	1.63	1.03
Ecuador	0.97	0.98	1.60	-
El Salvador	1.02	0.90	1.50	-
Guatemala	1.04	0.96	1.58	-
Honduras	0.96	1.10	1.41	0.99
México	1.02	1.58	1.67	0.94
Nicaragua	1.01	0.76	1.36	-
Panamá	0.99	1.01	1.36	1.00
Paraguay	0.99	1.04	1.61	0.79
Rep. Dominica	1.00	0.53	1.57	1.02
Uruguay	0.97	1.40	1.99	0.89
Venezuela	0.97	0.82	1.64	0.99

Fuente: Medina y Galván (2008) sobre la base de datos de CEPAL, año 2005.

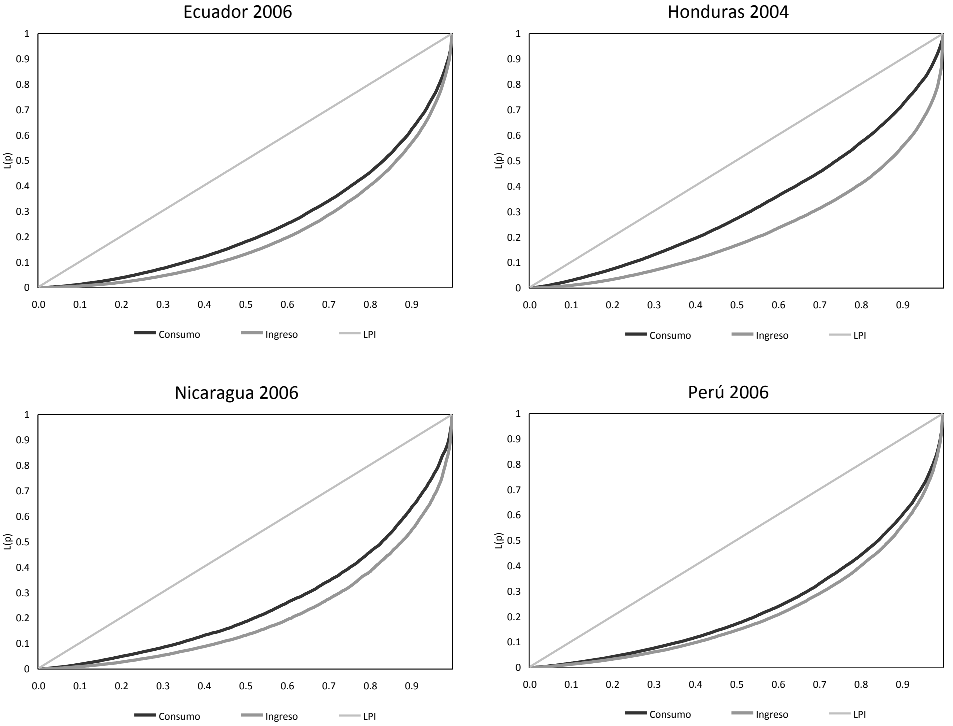
6.7. Algunos aspectos prácticos

La implementación de las medidas de desigualdad está plagada de problemas prácticos, en buena parte originados en la definición y cómputo de la variable de interés, un tema extensamente discutido en el capítulo 3. Esta sección ilustra cuatro de los más relevantes: la elección ingreso-consumo, el ajuste por factores demográficos, el problema de la subdeclaración y la ausencia de personas muy ricas en las encuestas. El lector interesado en cuestiones de implementación puede continuar el estudio de temas prácticos en el Apéndice III, donde se tratan los problemas ocasionados por la no respuesta, los errores de medición, los valores cero y extremos, y los ajustes de precios.

6.7.1. Ingreso y consumo

Como se discutió en el capítulo 3, la variabilidad temporal del ingreso y el consumo son diferentes, lo cual implica en la práctica diferencias significativas en la desigualdad computada con una u otra variable. En particular, las encuestas de hogares de América Latina típicamente captan las variables monetarias como flujos mensuales, lo que provoca que las estimaciones de desigualdad de ingresos sean mayores a las de consumo. La figura 6.18 atestigua la dominancia de Lorenz de la distribución del consumo sobre la del ingreso per cápita familiar en algunos países de América Latina.

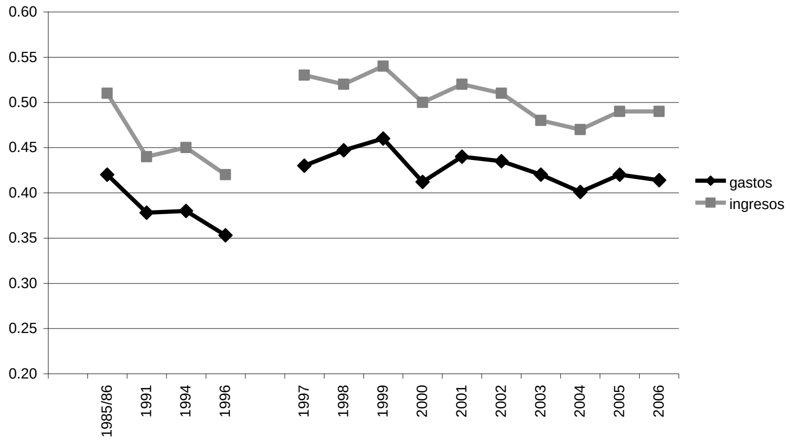
Figura 6.18
Curvas de Lorenz
Distribuciones del consumo y el ingreso per cápita familiar



Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de encuestas de hogares.

A menudo el análisis se focaliza en los patrones temporales más que en los niveles de desigualdad. En este caso, las evaluaciones suelen no diferir sustancialmente cuando se monitorean las disparidades económicas con el ingreso o el consumo. La figura 6.19, tomada de Jaramillo y Saavedra (2011), sugiere una evolución semejante de la desigualdad en Perú ya sea que se la mida sobre la distribución del ingreso o del gasto en consumo per cápita familiar (el coeficiente de correlación es 0.96). En un reciente trabajo, Aguiar y Bils (2011) construyen dos medidas cuidadosas de los gastos de consumo en Estados Unidos y encuentran que la desigualdad del consumo sigue el mismo patrón que la desigualdad de ingresos con ambas medidas.

Figura 6.19
Coeficientes de Gini
Distribuciones del gasto y del ingreso per cápita familiar
Perú, 1985-2006



Fuente: Jaramillo y Saavedra (2011).
Nota: Estimaciones de 1985/6, 1991, 1994 y 1996 sobre la base de la ENNIV. Estimaciones desde 1997 sobre la base de la ENAHO.

A la hora de realizar comparaciones de desigualdad entre países es conveniente evitar incluir estimaciones provenientes de distribuciones del ingreso y el consumo en el mismo análisis. Si se lo hace, debe al menos practicarse algún ajuste que capte las diferencias promedio entre las dos estimaciones. Por ejemplo, es típico en regresiones que involucran variables distributivas incorporar alguna variable binaria que indique la variable de bienestar usada para el cálculo (ingreso o consumo). A su vez, si el estudio se concentra en la distribución del ingreso en varios países o años, es necesario asegurarse que el período de reporte sea semejante. Las estimaciones de desigualdad son inferiores si, por ejemplo, las personas reportan sus ingresos semestrales en lugar de mensuales. El cuadro 6.11 documenta este hecho para el caso de México, donde la encuesta releva información mensual y semestral. En el caso mexicano los resultados van en la dirección esperada (mayor desigualdad en la estimación mensual), aunque las diferencias no son estadísticamente significativas.

Cuadro 6.11
Indicadores de desigualdad calculados sobre
la distribución del ingreso mensual y semestral
México, 2008

	Semestral	Mensual
Gini	0.481	0.482
Theil	0.490	0.499
CV	2.311	2.327
A(.5)	0.195	0.198
A(1)	0.331	0.339
A(2)	0.522	0.586
E(0)	0.402	0.414
E(2)	2.671	2.709

Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la ENIGH.

Una alternativa al ingreso o consumo como variable de interés es la riqueza. Si bien es difícil argumentar a favor de la riqueza como indicador de bienestar individual, su estudio se justifica ya que constituye un medio para suavizar consumo (ver capítulo 3). La desigualdad en la distribución de la riqueza monetaria es usualmente mayor que la desigualdad del ingreso. Champernowne y Cowell (1998) reportan que en el Reino Unido la distribución de la riqueza medible (aquellos activos transables en el mercado y captados por la autoridad impositiva) es claramente más desigual que la distribución del ingreso. Davies *et al.* (2008) encuentran que la distribución de la riqueza está más concentrada que el ingreso, tanto a nivel individual como nacional.

Las estimaciones de la desigualdad en la distribución de algún componente de la riqueza, como la dotación de tierra, son más comunes. Deininger y Olinto (2000), por ejemplo, estiman la desigualdad en la distribución de tierras agrícolas con datos del Censo Mundial de Agricultura de la FAO y encuentran que es superior a la desigualdad en la distribución del ingreso. Jaramillo y Saavedra (2011) reportan que de acuerdo con los censos agropecuarios nacionales, el Gini de la distribución de la tierra en Perú habría caído desde 0.94 en 1961 a 0.61 en 1994, un valor que es aún superior al Gini de la distribución del ingreso.

6.7.2. Ajustes demográficos

Como discutimos extensamente en el capítulo 3, el nivel de vida de una persona está afectado por la conformación del hogar en el que vive. Una alternativa sencilla para tener en cuenta estos factores demográficos es definir un ingreso equivalente

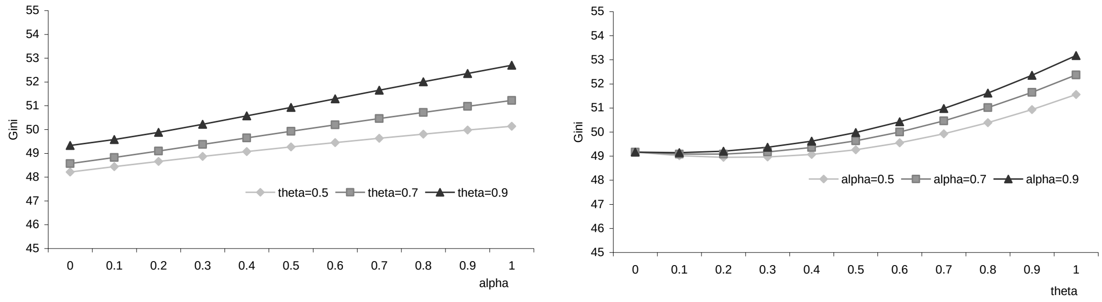
(6.76)
$$x_{ih} = \frac{Y_h}{(M_h + \alpha C_h)^{\theta}} \quad \forall i \in h$$

donde Y_h es el ingreso del hogar, M_h es el número de adultos y C_h el número de niños. El parámetro $\alpha\in[0,1]$ indica la proporción en la que cada niño equivale a un adulto, mientras que el parámetro $\theta\in[0,1]$ regula la intensidad de las economías de escala internas al hogar.

La figura 6.20 muestra el coeficiente de Gini de la distribución del ingreso familiar ante ajustes demográficos alternativos para Ecuador 2006. La evaluación de la desigualdad crece monótonamente a medida que aumenta el valor de α. Dado que las familias más pobres suelen tener muchos niños, el aumento del peso de los niños en la conformación familiar castiga particularmente a estos hogares, por lo que la desigualdad se incrementa. Algo semejante sucede al reducir la relevancia dada a las economías de escala internas al hogar (θ acercándose a 1).[50]

[50] El impacto del cambio en θ, de hecho, es inicialmente levemente decreciente. Coulter, Cowell y Jenkins (1992) discuten las razones detrás de esta forma de U invertida.

Figura 6.20
Coeficiente de Gini para ajustes demográficos alternativos
Ecuador, 2006



Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de la ENEMDU.

6.7.3. Subdeclaración

Las personas tienden a subdeclarar sus niveles de consumo e ingreso en las encuestas de hogares. Este comportamiento no sería un problema para la evaluación de la desigualdad si el grado de subdeclaración fuera proporcional al verdadero ingreso, ya que en este caso las medidas de desigualdad invariantes a la escala no se verían afectadas. Sin embargo, en la práctica difícilmente este sea el caso. Se afirma que el ingreso no declarado como proporción del ingreso real es mayor en los extremos de la distribución. Las razones son diferentes: mientras que los pobres tienen trabajos esporádicos, a menudo con pagos en especie y por consiguiente más difíciles de recordar y valorizar correctamente, las personas más afluentes suelen evitar declarar sus verdaderas ganancias y/o tener dificultades para recordar todas sus fuentes de ingresos, en especial las rentas del capital.

El procedimiento más típico para intentar aliviar el problema es el ajuste por subdeclaración diferencial por fuentes de ingreso. Este surge de comparar el total del ingreso por cada fuente de Cuentas Nacionales (CN) con un agregado similar calculado con datos de la encuesta.[51] De esta comparación surgen coeficientes de subdeclaración diferenciales por fuente, los que se aplican a los ingresos individuales. Por ejemplo, si la masa salarial es 100 en CN y 75 en la encuesta, se multiplican por 1.3333 los ingresos laborales de todos los asalariados captados por la encuesta. Procedimientos semejantes se repiten para otras fuentes de ingresos. Es común encontrar coeficientes de ajuste inferiores para las pensiones y transferencias, captadas con más precisión por la encuesta, y coeficientes superiores para los ingresos por cuenta propia, y en especial los ingresos de capital, seriamente subestimados en las encuestas.[52]

---

[51] CEPAL tradicionalmente ha ajustado los ingresos mediante este método (Altimir, 1987, CEPAL, 1995). El Apéndice III explica el ajuste de CEPAL con mayor detalle.

[52] Gasparini (2005) aplica un ajuste diferencial por fuentes para el caso de Argentina. Como el ajuste de ingresos es superior en los estratos más ricos, donde los ingresos de capital son más relevantes, la desigualdad calculada con los ingresos ajustados es mayor. De hecho, los cambios en los niveles de desigualdad resultan muy grandes. El coeficiente de Gini de la distribución del ingreso per cápita familiar reportado en 1992 es 44.5 con los datos brutos y 56.7 al realizar el ajuste por subdeclaración diferencial

Adicionalmente a Cuentas Nacionales pueden utilizarse registros administrativos para corregir los ingresos de algunas observaciones. Dos fuentes potencialmente útiles son los registros salariales, usualmente mantenidos por oficinas de empleo o seguridad social, y los registros impositivos. De cualquier forma, estos ajustes pueden ser practicados solo sobre un conjunto, usualmente minoritario, de la población −los empleados registrados y los contribuyentes del impuesto a la renta−, por lo que aun cuando sean exitosos pueden implicar sesgos sustanciales en las medidas de desigualdad, dada su cobertura parcial.

Pese a que se reconocen como válidas las razones para realizar ajustes para aliviar el problema de la subdeclaración, estos aun resultan rudimentarios y tienden a oscurecen los resultados, por lo que la práctica más generalizada es trabajar con los datos en bruto, sin practicar ajustes. El Apéndice III extiende la discusión del problema de la subdeclaración.

6.7.4. Ausencia de muy ricos

Por diversas razones, las encuestas de hogares de América Latina y el resto del mundo raramente captan a millonarios, terratenientes o poderosos empresarios. Las personas de ingresos altos incluidas en las encuestas son mayoritariamente profesionales urbanos o empresarios de firmas no necesariamente muy grandes.[53]

El cuadro siguiente muestra el ingreso total individual promedio mensual en dólares de 2008 de las dos personas más ricas relevadas en las encuestas de hogares de una muestra de países. Es probable que el lector pueda pensar en personas en su país con ingresos seguramente superiores a esos montos. El cuadro también resalta la importancia de los ingresos del trabajo en la estructura de ingreso de los ricos captados por las encuestas.

---

por fuente. Las conclusiones cualitativas acerca de los cambios distributivos no cambian, aunque el incremento estimado de la desigualdad entre 1992 y 2003 resulta menor al considerar el ajuste

[53] Ver Székely and Hilgert (1999), entre otros.

Cuadro 6.12
Ingreso individual promedio de las dos personas de mayores ingresos individuales (en dólares 2008) y proporción de ingresos laborales

Países	Año	Ingreso individual (USD)	Share ingreso laboral (%)
Argentina	2006	13461	15
Bolivia	2005	7018	71
Brasil	2007	69433	100
Chile	2006	141700	96
Colombia	2006	19054	100
Costa Rica	2006	23193	7
Ecuador	2006	17624	100
El Salvador	2005	89399	100
Guatemala	2006	35110	100
Honduras	2006	59324	50
México	2006	37754	100
Nicaragua	2005	16535	100
Panamá	2006	11668	100
Paraguay	2007	92455	99
Perú	2006	17430	51
Uruguay	2006	27162	98
Venezuela	2006	10651	50

Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de encuestas de hogares.

En parte, la ausencia de altos ingresos es debida a la subdeclaración discutida arriba, en particular sobre los ingresos de capital y renta de la tierra. Pero existen otros dos factores adicionales. Por un lado, la ausencia de personas muy ricas puede ser la consecuencia natural del muestreo aleatorio: existen en proporción tan pocos millonarios que la probabilidad de seleccionar aleatoriamente uno en toda la población es muy baja. En segundo lugar, si por casualidad el muestreo escoge uno, la probabilidad de que rechace contestar la encuesta es alta.

La omisión del grupo de las personas muy ricas implica una subestimación de la desigualdad. Atkinson (2007) muestra que si un grupo R es infinitesimal en número, pero con una participación finita en el ingreso total s_R, entonces el Gini puede ser aproximado por

(6.77) $$G \approx s_R + (1 - s_R) G_{-R}$$

donde G_{-R} denota el Gini del resto de la población. Si el Gini captado por la encuesta fuera 0.50 y la participación en el ingreso del grupo omitido fuera 10%, el Gini real sería 0.55.[54]

Algunos estudios recientes usan información oficial sobre el impuesto al ingreso para tratar de incluir a las personas ricas faltantes en la encuesta.[55] Alvaredo (2010), por ejemplo, estima un aumento del Gini del 7% en Argentina entre 1997 y 2004 al usar solo información de encuestas de hogares, y un aumento del 9.5% al incluir estimaciones de los ingresos altos.

[54] La relación entre la medición de la desigualdad y los ingresos altos es explorada por Leigh (2007).
[55] Atkinson, Piketty y Saez (2011), Atkinson y Piketty (2006), Alvaredo (2010).

Un punto a tener en cuenta al analizar las estadísticas distributivas provenientes de las encuestas de hogares es que, aun en el caso en que se incluyan a las personas millonarias, su proporción es muy baja, por lo que el "decil más rico de la distribución" en un país latinoamericano incluye una importante fracción de personas que típicamente se consideran en el lenguaje usual de "clase media" o "clase media-alta" (ver capítulo 7). El cuadro 6.13 ubica el decil al que pertenecen un conjunto de tipos de familias en distintos países de la región. Por ejemplo, supongamos una familia compuesta por un hombre de 40 años con educación terciaria completa que trabaja como empleado en un cargo administrativo en el sector público, su pareja de 35 años con estudios secundarios que trabaja en la industria manufacturera y tres niños (columna 3). Si estimamos los ingresos de esa familia en función de los observados en las encuestas, encontramos que los integrantes de una familia típica con esa conformación pertenecen al 10% más rico de la población en la mitad de los países de la región y al siguiente 10% en el resto.[56]

Cuadro 6.13
Ubicación en la escala de ingresos de tipos de familias, por deciles

País	Año	Familia Nº 1	Familia Nº 2	Familia Nº 3	Familia Nº 4
Argentina	2006	10	9	9	7
Bolivia	2005	10	10	10	9
Brasil	2007	10	9	9	8
Chile	2006	10	9	9	7
Colombia	2006	10	10	9	8
Costa Rica	2006	10	10	9	8
Rep. Dominica	2006	10	9	10	8
Ecuador	2006	10	10	10	8
El Salvador	2005	10	10	10	9
Guatemala	2006	10	10	10	10
Honduras	2006	10	10	10	9
México	2006	10	10	10	8
Nicaragua	2005	10	10	10	9
Panamá	2006	10	10	10	7
Paraguay	2007	10	10	9	8
Peru	2006	10	9	9	8
Uruguay	2006	10	9	9	7
Venezuela	2006	10	10	9	8

Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de las encuestas de hogares.
Familia 1: Hombre de 40 años con educación superior completa que trabaja en administración pública, mujer de 35 con educación superior completa que trabaja en el sector de educación, 1 hijo.
Familia 2: Ídem familia 1, con 3 hijos.
Familia 3: Ídem familia 2, cónyuge con educación secundaria trabajando en industria.
Familia 4: Jefe y cónyuge con educación secundaria, jefe en la industria y cónyuge en el comercio minorista, 2 hijos.
Todas las familias habitan áreas urbanas.

[56] Una aplicación dentro del sitio web del CEDLAS permite al usuario conocer su ubicación en la distribución del ingreso en cada país latinoamericano (http://cedlas.econo.unlp.edu.ar/esp/distribucion-del-ingreso.php). Es usual que las personas de ingresos medios y altos piensen que se encuentran en escalones más bajos de la distribución de lo que realmente están (Cruces, Pérez Truglia y Tetaz, 2011).

El espacio de análisis de la desigualdad

El espacio de análisis típico para un estudio distributivo es un país. Un país es un espacio geográfico sujeto a una misma política (en particular, política redistributiva), con mayor movilidad interna que con el exterior y sobre el que se manifiestan con más intensidad las preferencias sociales. Sin embargo, con ciertos propósitos puede ser relevante variar el espacio de análisis y concentrarse en la desigualdad al nivel de ciudades, regiones o el mundo entero.

Las ciudades son ámbitos donde los contrastes propios de la desigualdad se hacen más evidentes, al estar próximos en el espacio. Platón hace ya 2500 años señalaba que "toda ciudad, por pequeña que sea, está dividida en dos: una es la ciudad de los pobres y la otra de los ricos". El análisis de la desigualdad por ciudades o áreas urbanas es más relevante en tanto se trate de mercados laborales relativamente separados, pertenezcan a jurisdicciones diferentes y estén sujetos a políticas económicas distintas, o si coinciden aproximadamente con el espacio geográfico en que las personas manifiestan sus preocupaciones distributivas con más intensidad. En la práctica, la información por ciudad también es usada para incrementar el número de observaciones de la desigualdad y sus posibles covariables, y permitir un análisis empírico más rico.[57]

Posiblemente en correspondencia con el fenómeno de la globalización, se ha intensificado el interés por la desigualdad mundial. La idea es considerar a todos las personas como habitantes de la misma "aldea global" y computar la desigualdad entre ellos. Previamente, todos los ingresos (o consumos) deben ser llevados a una misma moneda comparable. La desigualdad mundial puede descomponerse, de acuerdo con lo estudiado en la sección anterior, en desigualdad intergrupal e intragrupal. La primera involucra las diferencias entre los ingresos medios de los países. En este caso cada país es una unidad de la que se solo se considera el ingreso medio.[58] El segundo componente de la desigualdad mundial es el agregado de las desigualdades internas nacionales, ponderadas de alguna forma.

De la misma manera, podemos estudiar la desigualdad global en una región. La desigualdad en la distribución del ingreso entre todos los latinoamericanos es una función de la desigualdad dentro de cada país y de la desigualdad entre los ingresos medios de los países.

---

[57] Glaeser, Resseger y Tobio (2008) exploran la desigualdad entre ciudades en Estados Unidos, sus determinantes y consecuencias.

[58] Esta noción de desigualdad constituye un eje central sobre el que gira buena parte de la investigación en Desarrollo Económico, pero en la literatura distributiva tiene una importancia menor, dado que ignora todas las diferencias socioeconómicas dentro del país.

6.8. Desigualdad monetaria en América Latina

Esta sección incluye una breve revisión de la evidencia empírica sobre niveles y tendencias de la desigualdad monetaria en América Latina. La distribución del ingreso es el resultado de múltiples factores entrelazados difíciles de aislar y mensurar cuantitativamente. De hecho, aun en los países donde la evidencia empírica es más abundante y los patrones distributivos han sido claros, existe debate acerca de la relevancia relativa de las explicaciones alternativas. En esta sección nos restringimos a presentar evidencia empírica de los niveles y cambios en la desigualdad, sin ahondar en el estudio de sus determinantes. De cualquier forma, realizar un diagnóstico preciso de la distribución constituye un paso fundamental para entender sus causas.

6.8.1. Fuentes de información

La desigualdad en la distribución personal del ingreso debe ser estimada a partir de microdatos de encuestas de hogares. Casi todos los países latinoamericanos comenzaron a realizar encuestas de hogares en los 70 y 80, pero no fue hasta la década del 90 en que la mayoría logró estabilizar un sistema de encuestas realizadas periódicamente y con representatividad nacional. Para la mayoría de los países de la región es entonces difícil contar una historia distributiva con cierta rigurosidad y comparabilidad, que se extienda por más de dos décadas.

Con el objeto de conocer acerca de la desigualdad en algún país particular se deben consultar las estadísticas oficiales del país, la literatura nacional especializada y los reportes específicos de centros de investigación y organismos internacionales. Para realizar estudios comparativos entre países de América Latina pueden consultarse algunas bases de datos que se esfuerzan en homogeneizar información proveniente de las encuestas de hogares nacionales. CEPAL es la institución pionera en el cálculo de indicadores de desigualdad en la región. Actualmente reporta coeficientes de Gini nacionales a través de su *Anuario Estadístico* y la base *Badeinso*, y frecuentemente produce informes sobre la desigualdad en la región (*e.g.* CEPAL, 2010).[59] El Banco Mundial anualmente reporta coeficientes de Gini para todos los países de América Latina (y el resto del mundo) en sus *World Development Indicators* y genera informes sobre la desigualdad en la región y el mundo.[60] El BID también se involucra en el análisis de la desigualdad en la región a través de informes regionales y estudios de sus investigadores.[61] Naciones Unidas, a través de su programa para el desarrollo (UNDP), también realiza periódicamente estudios sobre la desigualdad que abarcan a toda la

[59] Desde CEPAL, Oscar Altimir ha sido pionero en el estudio de la desigualdad en América Latina con microdatos de encuestas de hogares.

[60] World Development Reports, Poverty and Labor Briefs de la Unidad de Pobreza y Género de LAC (LCSPP) y ocasionales reportes anuales (*e.g.* de Ferranti *et al*., 2003).

[61] Ver Londoño y Székely (2000), Székely (2001), Székely y Hilgert (1999) entre otros.

región.[62] Existen centros de investigación independientes que contribuyen con evidencia empírica de carácter regional. El CEDLAS de la Universidad Nacional de La Plata, junto a la Unidad de Pobreza y Género de América Latina y el Caribe del Banco Mundial, es responsable de la base *SEDLAC*, donde se reporta un amplio conjunto de indicadores de desigualdad calculados sobre la base de microdatos de todos los países de América Latina. Buena parte de la evidencia empírica de esta sección (y del resto del libro) proviene de la base de datos *SEDLAC*.

La principal fuente de información sobre coeficientes de Gini en el mundo es la base *UNU/WIDER World Income Inequality Database* (WIDER, 2007), que tuvo su origen en el trabajo de Deininger y Squire (1996). A diferencia de las bases citadas anteriormente, WIDER no produce información propia, sino que reproduce estudios realizados en todo el mundo y califica a la información recibida sobre la base de un conjunto de criterios que facilitan las comparaciones.

6.8.2. América Latina y el mundo

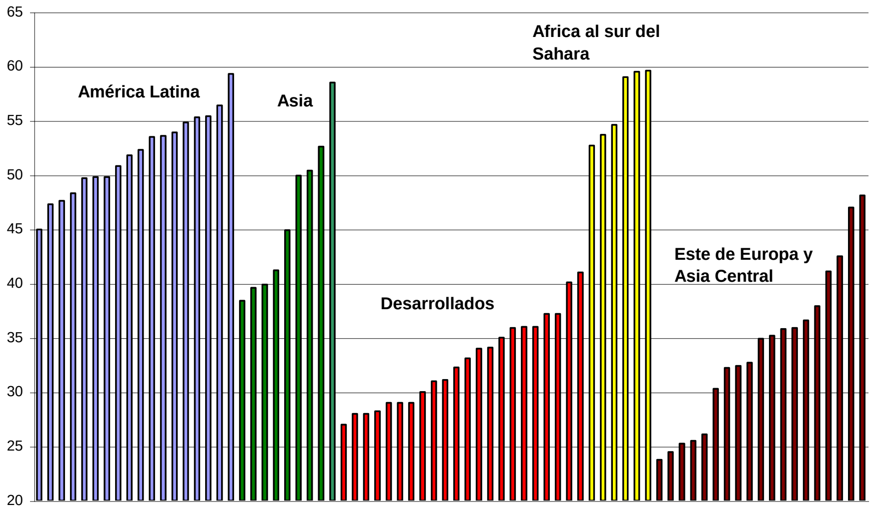
Uno de los rasgos más salientes de América Latina es su alto grado de desigualdades socioeconómicas. De hecho, a menudo se sostiene que esta región es el área geopolítica más desigual del mundo.[63] En esta sección revisamos la evidencia sobre desigualdad en América Latina en el contexto mundial. Naturalmente, este tipo de estudios enfrenta importantes problemas de comparabilidad, por lo que los resultados deben ser tomados con prudencia.

La figura 6.21 muestra los coeficientes de Gini de la distribución del ingreso per cápita familiar en un amplio conjunto de países del mundo, agrupados por región. Las observaciones incluidas en el análisis son aquellas calificadas como de alta calidad (categorías 1 o 2) en la base WIDER.[64] Las economías latinoamericanas se diferencian por sus altos niveles de desigualdad de ingresos. La comparación es clara con los países desarrollados y los países de Europa del Este, con los cuales no hay superposición en términos de desigualdad. Algunos países de Asia Central (Uzbekistan y Tajikistan) parecen tener niveles de desigualdad semejantes a los mínimos en América Latina. El resto de los países asiáticos en desarrollo tienen economías de muy variado grado de desigualdad, aunque en promedio inferior a América Latina. La comparación con África al sur del Sahara es difícil, ya que la gran mayoría de los países de esa región no relevan información de ingreso. Los cinco países africanos incluidos en el gráfico tienen niveles de desigualdad muy altos, comparables con los máximos en Latinoamérica.

---

[62] López Calva y Lustig (2009).
[63] Lustig (1995), BID (1998), De Ferranti *et al*. (2004), Morley (2001), Bourguignon y Morrison (2002), entre otros.
[64] Se realizaron ajustes para tener en cuenta diferencias metodológicas (por ejemplo, ingreso per cápita o equivalente, o ingresos antes o después de impuestos).

Figura 6.21
Desigualdad en el mundo
Coeficiente de Gini



Fuente: Elaboración propia sobre la base de Gasparini, Cruces y Tornarolli (2011).
Nota: Distribución del ingreso per cápita familiar, mediados de los 2000. Cada barra representa el Gini de un país.

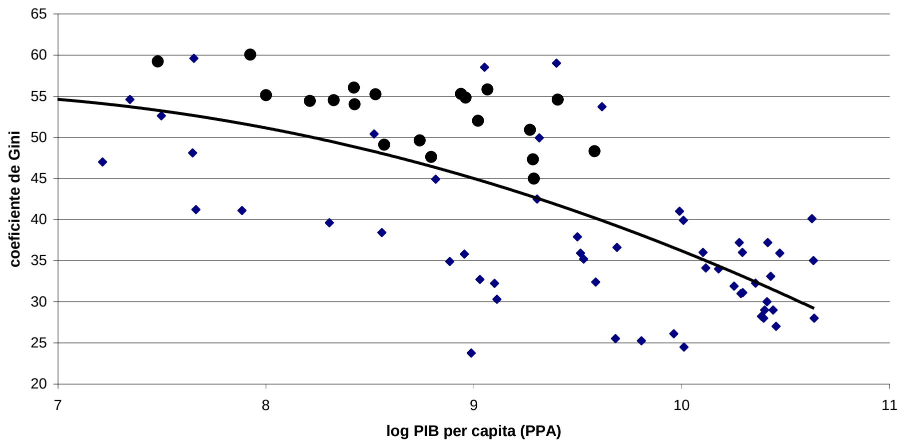
De acuerdo con información de la base WIDER para el año 2005, el Gini promedio de los ingresos en América Latina era alrededor de 20 puntos superior al de los países desarrollados y los países del antiguo bloque soviético, 6 puntos superior al de Asia y 5 puntos inferior al promedio de los pocos países africanos incluidos en la comparación.

Cuando se utiliza al consumo como base para el cómputo del Gini, las conclusiones no varían significativamente. Los 5 países de América Latina con información relativamente reciente de desigualdad de consumo incluidos en la base WIDER (Bolivia, Ecuador, México, Nicaragua y Perú) figuran entre los 13 países más desiguales del mundo.

Un estudio del Banco Mundial ‒el *World Development Report 2006*‒ recolectó coeficientes de Gini en todo el mundo, dividiendo a los países en dos grupos según la desigualdad se compute en función de la distribución del consumo o del ingreso. América Latina participa del primer grupo solo con tres observaciones ‒Panamá, Perú y Nicaragua‒ ubicadas en las posiciones 6, 10 y 28 en el ranking de desigualdad (de mayor a menor) sobre un total de 82 economías. Los 5 países con un coeficiente de Gini superior a Panamá (uno de los países latinoamericanos más desiguales) pertenecen todos a África al sur del Sahara, lo cual sugiere que es posible que los países de esa región sean en promedio algo más desiguales que los de América Latina. En la muestra de países donde la desigualdad se calcula a partir de la distribución del ingreso la presencia latinoamericana en los primeros lugares es abrumadora. Haití ocupa el primero lugar seguido de 11 países de América Latina continental. Si bien este hecho es ilustrativo de la alta desigualdad en la región, es importante tener en cuenta que la muestra de países con Ginis de ingreso está integrada casi enteramente por los latinoamericanos, los del este de Europa y de Asia central, y los países desarrollados.

Existe una vasta literatura iniciada por Kuznets (1955) que vincula a la desigualdad con el desarrollo económico. Esa literatura sistemáticamente encuentra que el nivel de desigualdad de los países de América Latina es mayor al esperable de acuerdo con su nivel de desarrollo, usualmente medido a partir del PIB o consumo per cápita.[65] La figura 6.22 ilustra este "exceso de desigualdad" sobre la base de datos de WIDER: los países de América Latina se ubican todos arriba de la línea de regresión. El coeficiente de una variable binaria que identifica a los países de América Latina en una regresión del Gini contra el PIB per cápita es positivo y altamente significativo (aun controlando por diversos factores potencialmente explicativos de la desigualdad).

Figura 6.22
El exceso de desigualdad de América Latina
PIB per cápita (PPA) y coeficiente de Gini, 2003

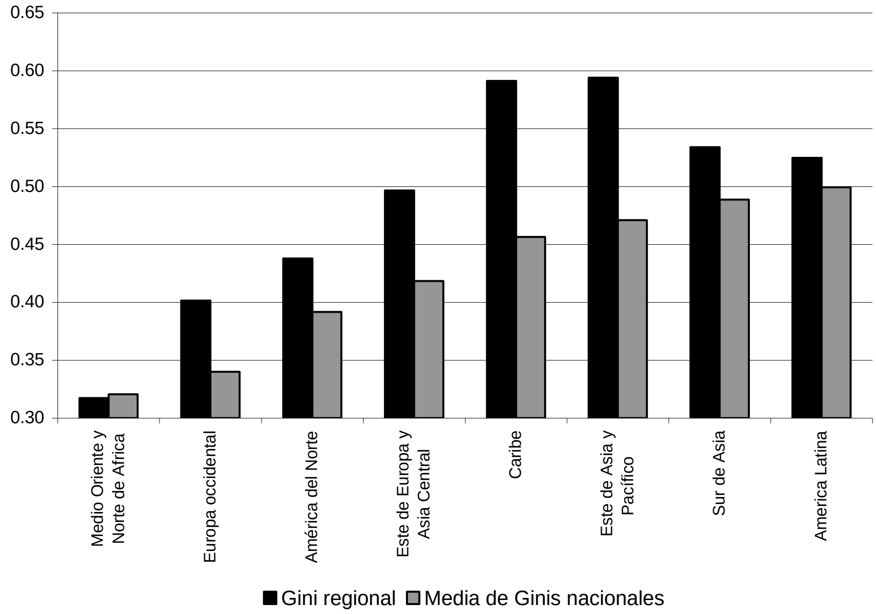


Fuente: Gasparini, Cruces y Tornarolli (2011).
Nota: Países de América Latina marcados con círculos grandes.

La encuesta mundial de Gallup (*Gallup World Poll*) provee nueva evidencia sobre la desigualdad internacional. Aunque las encuestas de Gallup en cada país no son tan extendidas y precisas como las encuestas de hogares nacionales, tienen la gran ventaja de compartir el mismo cuestionario en 132 países del mundo, incluyendo todos los de América Latina. La figura 6.23 reproduce los resultados de Gasparini y Glüzmann (2011), basados en la ronda 2006 de la encuesta mundial de Gallup. Las barras más claras ilustran el promedio no ponderado de los Ginis nacionales de cada región. De acuerdo con este criterio, América Latina sería la región en el mundo con países más desiguales (excluyendo África dada la escasez de datos de ingreso en la Gallup en esa región).

[65] Ver, por ejemplo, Londoño and Székely (2000).

Figura 6.23
La desigualdad en el mundo
Coeficientes de Gini
calculados a partir de la Gallup World Poll 2006

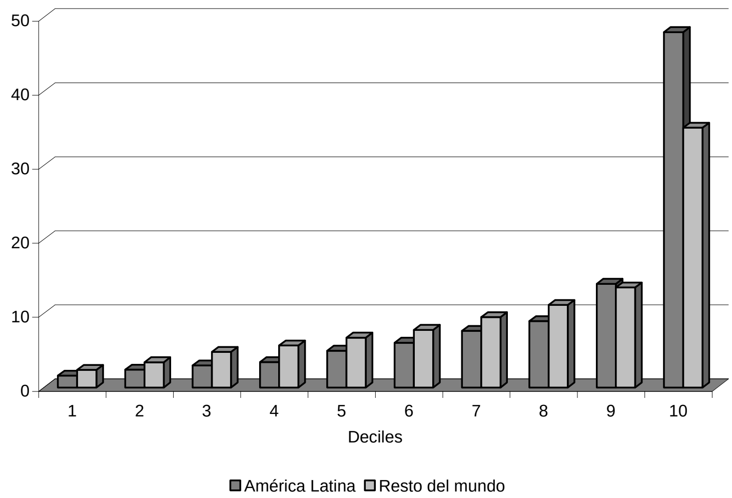


Fuente: Gasparini y Glüzmann (2011).

Cuando se computa la desigualdad global en cada región −es decir, el Gini sobre la distribución del ingreso de todos los individuos que habitan la región, ignorando el país del que provienen y traduciendo sus ingresos a una moneda común− América Latina no resulta la región más desigual; ese lugar lo ocupan ahora el Caribe y el Este de Asia. La razón de este cambio en el ranking de desigualdad mundial es la siguiente: si bien los países de América Latina son relativamente muy desiguales, la dispersión de ingresos medios entre ellos es menor que en otras regiones del mundo. De los datos de Gallup, mientras que el ratio de ingresos medios entre el país más rico y el más pobre en América Latina es menor a 5 (Chile y Bolivia), este ratio es mayor que 8 en el Este de Asia (Hong Kong y Camboya) y más de 10 en el Caribe (Puerto Rico y Haití). Milanovic (2002) encuentra un resultado parecido al estimar la distribución mundial a partir de encuestas de hogares. Milanovic y Yitzhaki (2002) reportan que mientras que solo el 7% de la desigualdad global en América Latina proviene de la desigualdad entre países, la proporción en Asia es 72%. Gasparini y Glüzmann (2011) reportan una descomposición de la desigualdad por regiones del índice de Theil sobre la base de información de la encuesta de Gallup: la proporción de la desigualdad intergrupal (entre países) es apenas 8% en América Latina, frente a 47% en el Caribe, 32% en el Este de Asia y Pacífico, y 26% en Europa del Este y Asia Central. Los autores encuentran que del total de la desigualdad mundial, aproximadamente la mitad corresponde a desigualdad entre países y la mitad a la desigualdad dentro de los países. Para entender la desigualdad mundial parecen ser tan importantes las desigualdades internas −las mayoritariamente estudiadas por la Economía de la Distribución a nivel micro −como las desigualdades entre países− las estudiadas a nivel macro en la literatura de Desarrollo y Crecimiento.

La evidencia sugiere que los países de América Latina están entre los más desiguales del mundo, posiblemente solo algo por debajo de los de África al sur del Sahara. Es interesante averiguar con más profundidad cuáles son las diferencias en la forma de las distribuciones que terminan traduciéndose en indicadores de desigualdad relativamente más elevados. Desafortunadamente, el análisis comparativo de distribuciones entre países de distintas regiones del mundo aún se encuentra en una etapa incipiente. La figura 6.24, basada en Bourguignon y Morrison (2002), indica que las distribuciones latinoamericanas se caracterizan por una sustancial mayor participación en el ingreso del decil superior. La participación de ese decil es 13 puntos mayor en América Latina que en el resto del mundo. La contraparte de esa diferencia es una menor participación en los 8 primeros deciles, en magnitudes similares. La participación del decil 9 es semejante en América Latina y el resto del mundo. Aunque el resultado es interesante, es importante recordar que proviene de información frágil y resulta de un conjunto importante de supuestos, lo cual es inevitable dada la escasa disponibilidad de información. Con el avance en la difusión y homogeneización de las bases de datos de las encuestas de hogares del mundo, este tipo de estudios irá ganando en confiabilidad y robustez.

Figura 6.24
Desigualdad en el mundo
Participación de deciles



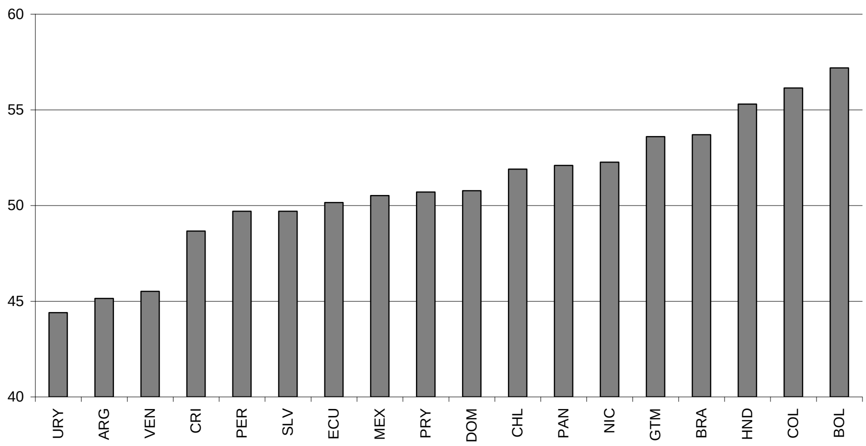
Fuente: Gasparini (2003), basado en Bourguignon y Morrison (2002).

6.8.3. El ranking de desigualdad en América Latina

Los países de América Latina difieren marcadamente en términos de desigualdad. Mientras que el coeficiente de Gini de la distribución del ingreso per cápita familiar es inferior a 45 en Uruguay, ese indicador es casi 60 en Bolivia, una diferencia no solo estadísticamente, sino económicamente muy grande.

El ranking de desigualdad no es completamente robusto a la elección de indicador (las curvas de Lorenz de muchos países se cruzan) o de la variable de nivel de vida escogida, y además varía en el tiempo. El ranking de la figura 6.25 es entonces solamente indicativo. Para construir un ranking actualizado deben consultarse las bases de datos sobre indicadores distributivos mencionadas anteriormente. De cualquier forma, existen algunos rasgos que se repiten sistemáticamente en los estudios. Uruguay y Argentina son países de baja desigualdad relativa en América Latina, tanto en términos de ingreso como de otras variables. Venezuela y Costa Rica aparecen también como economías de baja desigualdad, aunque no en todos los indicadores ni en todos los estudios. En el otro extremo, Bolivia es el país con indicadores de desigualdad más altos. Durante algún tiempo, muchos estudios consideraban a Brasil como la economía más desigual de la región (e incluso del planeta). Esta evaluación ha ido cambiando, en particular gracias al patrón de paulatina reducción de la desigualdad en ese país. De cualquier modo, el país más grande de América Latina sigue caracterizándose por su alto grado de disparidades de ingreso, al igual que en otras variables monetarias y no monetarias. Otros países que sistemáticamente se ubican en posiciones altas en la escalera de la desigualdad son Colombia en América del Sur y Panamá, Honduras, Nicaragua y Guatemala en América Central. México y Perú aparecen generalmente en posiciones intermedias.

Figura 6.25
La desigualdad en América Latina
Coeficientes de Gini, circa 2009
Distribución del ingreso per cápita familiar



Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de las encuestas de hogares.

La encuesta mundial de Gallup incluye información sobre los dos territorios latinoamericanos caribeños usualmente ignorados en estudios internacionales: Cuba y Puerto Rico. Según los datos de esa encuesta, que están sujetos a varios problemas y son de menor calidad que los de las encuestas de hogares, Cuba es un país de baja desigualdad de ingresos, la menor de América Latina; mientras que Puerto Rico presentaría desigualdad intermedia (Gasparini y Glüzmann, 2011). Este ordenamiento contrasta con el de pobreza, donde Puerto Rico se ubica como un territorio de baja pobreza monetaria y de otras variables, mientras que Cuba aparece como un país con un grado de privaciones materiales relativamente alto.[66]

6.8.4. La evolución de la desigualdad en América Latina

Existe un apasionante debate acerca de la persistencia histórica de la desigualdad en América Latina. Una corriente argumenta que las sociedades latinoamericanas han sido altamente desiguales, en términos absolutos y relativos al resto del mundo, desde la época de la conquista por los europeos, lo cual habla de una característica estructural enraizada durante siglos, difícil de cambiar y que atenta contra el desarrollo de la región (Engerman y Sokoloff, 1997; Engerman, Haber y Sokoloff, 2000; Robinson y Sokoloff, 2003). En contraste, hay quienes sostienen que los niveles de desigualdad de la región no fueron particularmente altos sino hasta el período de desarrollo que experimentó la región hacia fines del siglo XIX y, en consecuencia, son más optimistas sobre las posibilidades de reversión de esa característica. Williamson (2010) por ejemplo, estima que la desigualdad se incrementó fuertemente con la conquista, pero sin llegar a niveles excepcionalmente altos comparados con los de otras regiones en estados de desarrollo semejantes.[67] Durante el siglo XVI, la desigualdad se contuvo, principalmente por la enorme mortandad de la población indígena, pero creció en los dos siglos siguientes. Las revoluciones y el estancamiento económico de la primera mitad del siglo XIX redujeron los niveles de desigualdad, que se dispararon con la inserción de América Latina en la economía global hacia fines de ese siglo.[68] Según Williamson (2010), a diferencia de otras regiones del mundo (como Europa o Asia), las mejoras distributivas en el siglo XX fueron modestas. La figura 6.26 resume esta evolución histórica.

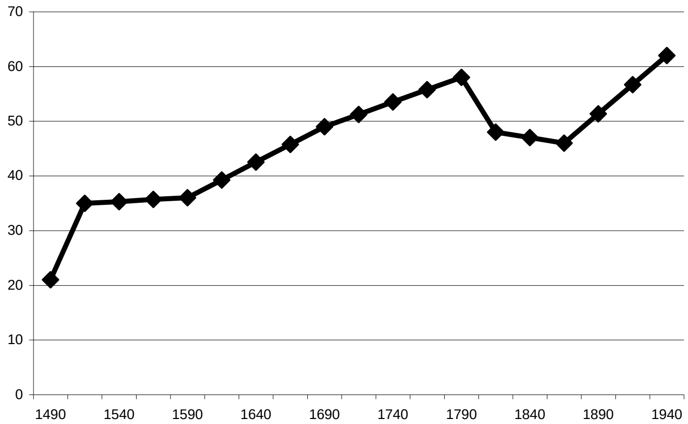
---

[66] Desafortunadamente, las restricciones sobre la disponibilidad de información en Cuba impiden realizar comparaciones más rigurosas, basadas en datos de mejor calidad. Esto es especialmente lamentable, dado el lugar central que el caso cubano ha ocupado en el debate político y socioeconómico en América Latina por tanto tiempo.

[67] Williamson (2010) hace las comparaciones fundamentalmente con la Europa occidental preindustrial.

[68] Ver también Bértola *et al.* (2010) y Prados de la Escosura (2007).

Figura 6.26
Evolución histórica de la desigualdad en América Latina
Estimaciones del coeficiente de Gini de Williamson (2010)



Fuente: Williamson (2010).

El debate sobre la desigualdad histórica de América Latina no está saldado. Lo cierto es que los datos usados son tan frágiles que no pasarían ningún estándar actual sobre mediciones distributivas. Esto no implica de ninguna forma desechar los estudios históricos, que pueden ser muy iluminadores sobre las realidades presentes, sino simplemente ser conscientes de sus limitaciones.

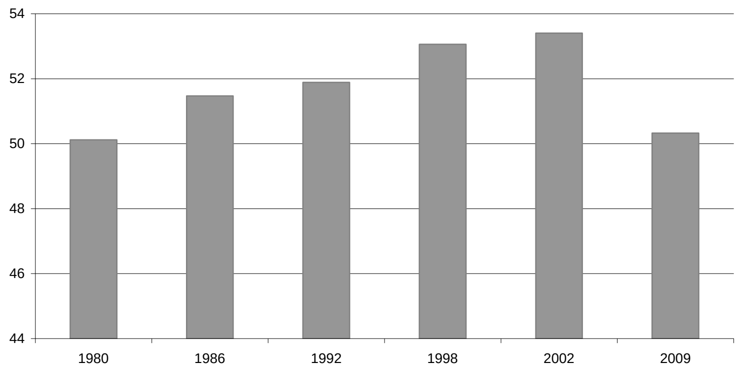
Focalicemos la atención ahora en el período más reciente del cual tenemos microdatos relativamente confiables y comparables. La evidencia sugiere que la desigualdad en los 1970 solo aumentó significativamente en el Cono Sur, mientras que descendió en varios países (México, Panamá, Colombia, Perú y Venezuela). Los 1980 han sido caracterizados como la "década perdida" dados los magros resultados en términos de crecimiento económico en la región. También fueron una década perdida en términos distributivos: la mayoría de los países sufrió incrementos en los niveles de desigualdad de ingresos.[69] Los 1990 tampoco fueron exitosos en el avance hacia la igualdad de ingresos. La evidencia para ese período, ya mucho más robusta que para las décadas anteriores dada la consolidación de las encuestas de hogares en varios países, indica un ligero aumento del promedio de las desigualdades nacionales. Las desigualdades de ingreso se redujeron desde principios de la década del 2000 hasta 2010, última fecha para la que se tienen datos a la hora de escribir este libro. Considerando estos patrones, es posible conjeturar que los niveles de desigualdad en América Latina a comienzos de la segunda década del milenio no son muy diferentes de los prevalecientes en la década del setenta.

La figura 6.27 muestra estimaciones propias de la evolución del promedio de los Ginis nacionales desde principios de 1a década del ochenta. La desigualdad aumentó durante

[69] La década de 1980 no fueron una "década perdida" en términos políticos, ya que muchos países recuperaron sus democracias luego de dictaduras militares.

esa década y la siguiente y en el período de crisis económicas de comienzos de los 2000, para luego experimentar una caída considerable. Estas conclusiones son robustas a un conjunto de decisiones metodológicas (como cambios en los indicadores de desigualdad y variables de ingreso utilizados) y se mantienen si en lugar de la media consideramos la mediana o la media ponderada por población de los Ginis nacionales. Numerosos autores han remarcado la fuerte caída de la desigualdad en los 2000 y la han asociado a una reducción de la brecha salarial entre trabajadores calificados y no calificados (vinculada a un aumento de la oferta relativa de calificados y una desaceleración de su demanda) y a políticas sociales y laborales más activas, entre otros fenómenos.[70] La implementación de masivos programas de transferencias monetarias condicionadas ha resultado un factor relevante en muchos países.

Figura 6.27
Desigualdad en América Latina
Coeficiente de Gini
Distribución del ingreso per cápita familiar, promedios no ponderados



Fuente: Elaboración propia sobre la base de microdatos de encuestas de hogares. Los valores de 1980 y 1986 se proyectan en función de datos para 8 y 14 países, respectivamente. Para el resto del período se cuenta con datos para los 17 países de América Latina continental más la República Dominicana.

Nótese que los aumentos de la desigualdad para la región no fueron cuantitativamente muy grandes en cada período, pero acumularon más de 3 puntos del Gini a lo largo de dos décadas, entre 1980 y 2002. La caída en los 2000 fue inédita tanto en términos de signo, como de magnitud.

Mostrar cambios en la media es ilustrativo, pero esconde las realidades nacionales. El aumento de la desigualdad en los noventa, por ejemplo, fue generalizado pero no extendido a todos los países. Gasparini *et al*. (2011) reportan que en 7 de los 17 países considerados la desigualdad no aumentó en esa década. Los autores encuentran que si bien el promedio de los Ginis nacionales resultó casi igual en 1992 y 2006, este resultado fue producto del aumento de la desigualdad en 7 países, la caída en 6 y cambios no significativos en el resto.

---

[70] Ver Azevedo *et al*. (2011), Cornia (2010), Gasparini, Cruces y Tornarolli (2011), Gasparini y Lustig (2011) y López Calva y Lustig (2009).

La figura 6.28, tomada de ese mismo trabajo, muestra la evolución del coeficiente de Gini en los países de la región en el período 1992-2006. La desigualdad aumentó con claridad en los noventa y principios de los 2000 en Argentina, Colombia, Costa Rica, Ecuador, Honduras, Perú, Uruguay y Venezuela. Pocos países experimentaron caídas significativas de la desigualdad en el período 1992-2006: Brasil y México son dos de los ejemplos más claros.

Distribución funcional

Como discutimos en el capítulo 3, es relevante monitorear la distribución funcional, computando la participación de cada fuente en el ingreso nacional. Desafortunadamente, los estudios distributivos con este enfoque que abarcan toda la región son escasos. El siguiente cuadro reporta la participación del salario en el PIB. En casi todos los países, esa participación ha disminuido o se ha mantenido aproximadamente constante desde los 1980.[71]

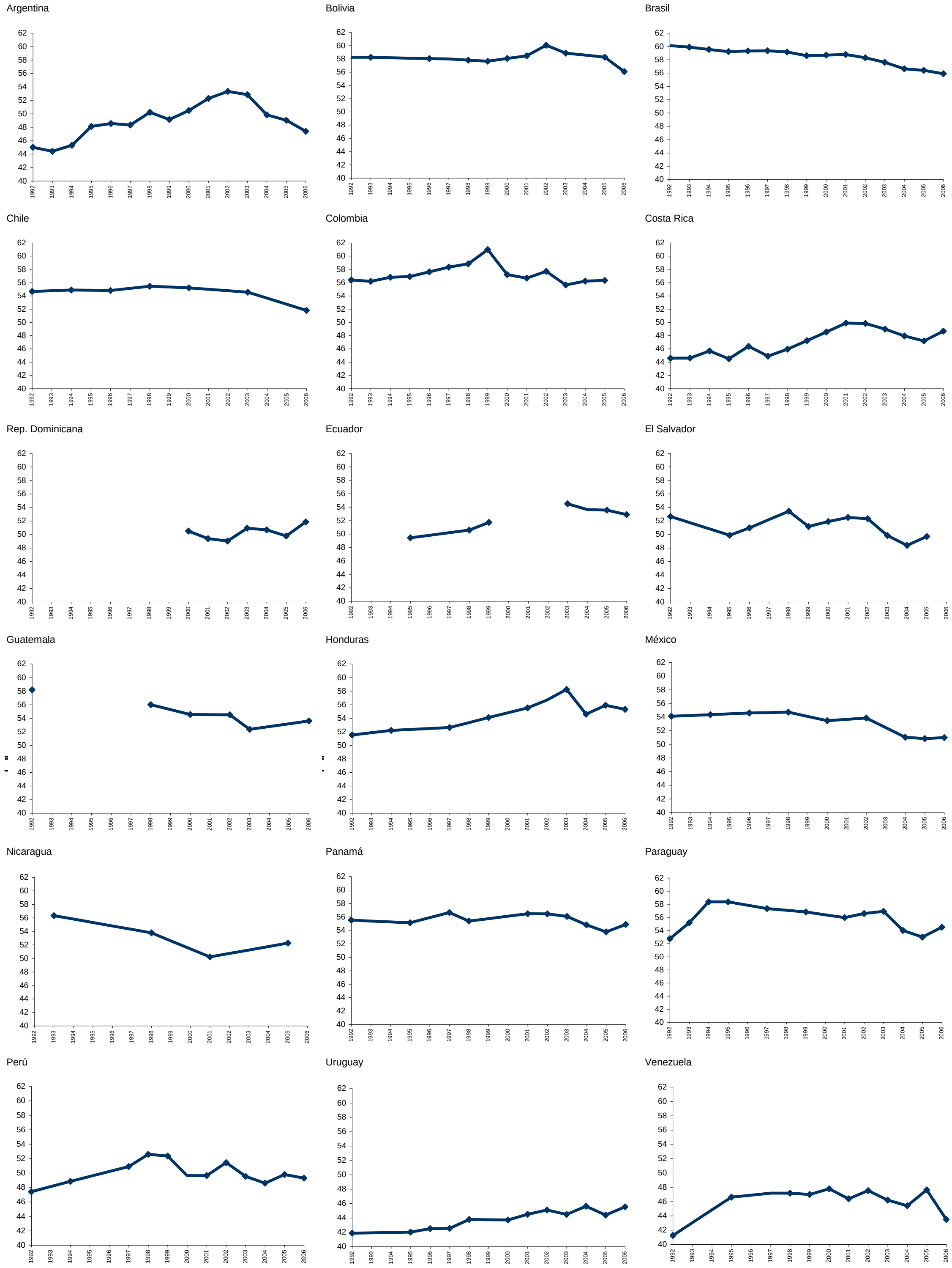
Remuneración de los asalariados como porcentaje del PIB

	1985	1990	1995	2000
Argentina			35.5	35.8
Bolivia		34.9	33.0	
Brasil		45.4	38.3	37.9
Chile	35.6	33.8	35.4	
Colombia			35.0	
Costa Rica		43.4	45.7	42.4
Honduras	48.8	48.8	41.8	
México		29.5	31.1	31.3
Panamá	49.0	52.9	47.8	49.8
Paraguay	31.0	24.3	32.6	31.0
Perú			25.2	24.9
Venezuela	35.2	30.7	31.5	29.2

Fuente: Elaboración propia sobre la base de datos de CEPAL.

[71] Existen estudios que tratan de armar series de distribución funcional más largas. Lindenboim, Graña y Kennedy (2005), por ejemplo, reportan una caída de la participación del salario desde la década del 50 en Argentina.

Figura 6.28
Evolución del coeficiente de Gini en los países de América Latina



Fuente: Gasparini, Cruces y Tornarolli (2011).

¿Cómo se compara la evolución de la desigualdad de ingresos en América Latina respecto de otras regiones del mundo? El cuadro 6.14 muestra coeficientes de Gini provenientes de una muestra común de países en el mundo y un número pequeño de estudios metodológicamente consistentes. Según estas estimaciones, la media del Gini en América Latina ha sido significativamente mayor que en Asia, los países desarrollados y Europa del Este en las últimas cuatro décadas.[72] Hay indicios de una pequeña reducción en la brecha de desigualdad con los países de Asia y Europa del Este, dos regiones que experimentaron fuertes transformaciones económicas potencialmente desigualadoras en los 1990.

Cuadro 6.14
Desigualdad en el mundo
Cambio en el coeficiente de Gini del ingreso per cápita familiar

Región	1970s	1980s	1990s	2000s
Niveles				
América Latina y el Caribe	48.8	51.2	52.5	52.1
Asia	39.0	39.3	40.1	44.2
Países desarrollados	28.2	28.4	29.8	30.3
Europa del Este	25.6	26.5	29.7	34.1
Cambios		70s-80s	80s-90s	90s-00s
América Latina y el Caribe		2.4	1.3	-0.5
Asia		0.2	0.8	4.1
Países desarrollados		0.2	1.4	0.4
Europa del Este		0.9	3.2	4.4
Diferencia ALC vs. Resto (puntos del Gini)				
Asia	9.8	11.9	12.5	7.9
Países desarrollados	20.6	22.8	22.7	21.8
Europa del Este	23.2	24.7	22.9	18.0

Fuente: Gasparini, Cruces y Tornarolli (2011).

Las comparaciones antes de la década de 1970 se vuelven más difíciles, dada la escasez o inexistencia de encuestas de hogares. Es posible estudiar algunos aspectos de la distribución del ingreso utilizando datos de declaraciones impositivas, disponibles en algunos casos desde hace más de 100 años. Atkinson, Piketty y Saez (2011) resumen esa literatura, especialmente relevante en los países desarrollados, concluyendo que la participación de los ingresos altos se redujo en todos los países en la primera mitad del siglo XX, afectada por las guerras y la Gran Depresión, y se incrementó nuevamente en varios de ellos en las últimas décadas del siglo, especialmente a partir del aumento de la participación de los ingresos salariales altos (por ejemplo, los honorarios de ejecutivos). Alvaredo (2010) encuentra un patrón semejante en el único país latinoamericano estudiado con esta metodología (Argentina).

Las comparaciones más atrás en el tiempo son naturalmente aun más difíciles, a menudo con resultados poco confiables y robustos. Es creciente el uso de *tablas sociales*, con información de ingresos medios de grupos sociales. Sobre la base de estas tablas Milanovic, Lindert y Williamson (2009) han estimado coeficientes de Gini para varias

[72] Ver Bourguignon y Morrison (2002) y Deininger y Squire (1996) quienes arriban a semejantes conclusiones.

sociedades preindustriales.[73] Lamentablemente, ninguna de estas estimaciones incluye a las sociedades americanas precolombinas, aunque sí a algunas del siglo XIX (Nueva España, 1790, Chile 1861, Brasil, 1872 y Perú, 1876). Las estimaciones para años anteriores provienen de fuentes fragmentarias y de estimaciones sobre la base de regresiones o extrapolaciones de resultados para otras regiones (Williamson, 2010).

6.8.5. Desigualdad global en América Latina

Consideremos a América Latina como una gran unidad política ("el sueño bolivariano"), ignorando sus divisiones en naciones independientes. La desigualdad global en esa extensa área geográfica es el resultado de la desigualdad dentro de cada país y de la desigualdad entre naciones, cálculo que exige llevar los ingresos nacionales a monedas comparables. Londoño y Székely (2000) computan indicadores de desigualdad para la región a partir de las curvas de Lorenz en percentiles de cada país y concluyen que la desigualdad cayó en los 1970 y se incrementó en los 1980 y primera mitad de los 1990. El ratio de ingresos medios en los quintiles extremos pasó de 22.9 en 1970 a 18.0 en 1982, para volver a 22.9 en 1991 y subir a 24.4 en 1995. Los autores concluyen que tanto el nivel como el cambio de la desigualdad global son principalmente el resultado de diferencias dentro de cada país, más que entre países.

Utilizando microdatos de todos los países de la región para el período 1992-2006 Gasparini, Glüzmann, Sánchez y Tornarolli (2008) encuentran aproximadamente el mismo patrón para la desigualdad global que para el promedio de las desigualdades nacionales: incremento en los 1990 y caída en los 2000.

Los cambios en la desigualdad global pueden ser analizados a través de una descomposición. Los resultados del primer panel del cuadro 6.15 muestran que la desigualdad entre países da cuenta de una fracción pequeña, aunque creciente, de la desigualdad latinoamericana global. El segundo panel muestra los resultados de una descomposición del cambio en el Theil (Tsakloglou, 1993). La desigualdad global, medida por el Theil cayó 4.1 puntos entre 1992 y 2006. Esa reducción se explica enteramente por la caída en las desigualdades internas, dado que el componente inter-países es positivo.

Estos resultados merecen una inspección más cercana. El componente intragrupal de la desigualdad global es un promedio ponderado de los cambios en los Theils nacionales. Dado que los ponderadores son las participaciones de cada nación en el ingreso total latinoamericano, Brasil y México juegan un papel decisivo en ese resultado (los dos países reúnen el 72% del ingreso en la muestra de encuestas de hogares utilizada). La caída en el componente intragrupal está fuertemente afectada por la significativa caída de la desigualdad en las dos principales economías latinoamericanas.

[73] Los autores sostienen que el Gini de las sociedades antiguas no era muy diferente del de las sociedades preindustriales actuales, pero que el ratio de extracción, es decir, cuánto de la desigualdad potencial se convierte en desigualdad real, era mucho mayor en la antigüedad.

Cuadro 6.15
Desigualdad global en América Latina
Descomposición de la desigualdad, por país
Índice de Theil

		Efecto		
Nivel	Total	Inter-grupal	Intra-grupal	% Inter-grupal
1992	67.8	2.3	65.5	3.4%
2006	63.7	3.9	59.8	6.1%
		Efecto		
Cambio 92-06	Total	Inter-grupal	Intra-grupal	Participación
	-4.1	3.3	-7.2	-0.2

Fuente: Gasparini *et al*. (2008).

6.8.6. Desigualdad global en el mundo

En los últimos años, gracias a la mayor disponibilidad de datos y el debate sobre la globalización, se ha intensificado el estudio de la desigualdad entre todos los habitantes del mundo considerado como una unidad sin divisiones políticas.[74] Existen dos enfoques metodológicos para realizar estos cálculos. El primero usa datos exclusivamente de encuestas de hogares en, idealmente, todos los países del mundo (Milanovic, 2002, 2009). El segundo estima la distribución del ingreso en cada país (i) anclando el ingreso a la evolución del PIB o consumo per cápita y (ii) estimando la forma de la distribución a partir de datos de participaciones de cuantiles o coeficientes de Gini, asumiendo en general distribuciones log-normales (Bourguignon y Morrison, 2000; Pinkovskiy y Sala-i-Martin, 2009).[75] En ambas propuestas de medición de la desigualdad global es clave el papel de los ajustes por paridad de poder adquisitivo (Deaton, 2010).

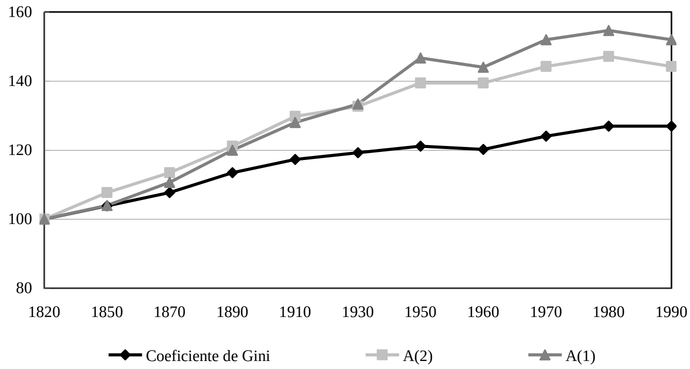
Utilizando microdatos de encuestas de hogares Milanovic (2009) encuentra que el coeficiente de Gini mundial ha aumentado desde 68.4 en 1988 a 70.8 en 2002, un valor superior al de cualquier país. El 5% más rico de la población mundial obtiene cerca de un tercio del ingreso global. La participación del componente intergrupal es muy grande: aproximadamente el 70% de la desigualdad global proviene de diferencias de ingreso entre países.[76]

El enfoque basado en Cuentas Nacionales y datos distributivos agregados es más cuestionable, pero más sencillo de implementar. Con esa metodología Bourguignon y Morrison (2002) estiman la desigualdad global desde 1820 (figura 6.29).[77] La

[74] Milanovic (2005) distingue tres enfoques posibles para estudiar desigualdad internacional: (i) comparar los ingresos medios de cada país, (ii) comparar los ingresos medios de cada país ponderados por su población y, (iii) comparar ingresos de toda la población mundial ignorando la división en países. Este tercer criterio, que recibe el nombre de desigualdad global, es el estudiado en esta sección.
[75] Anand y Segal (2008) resumen y discuten esta literatura.
[76] Usando el marco conceptual del comienzo del capítulo, el país de residencia es en gran medida una variable dada para los individuos. En consecuencia, la desigualdad mundial, en tanto determinada por diferencias entre países, es en gran parte inequitativa.
[77] Dadas las deficiencias informativas y los cambios geopolíticos desde 1820, en lugar de trabajar con países, los autores agrupan a las naciones en bloques.

desigualdad ha aumentado de forma sostenida desde la Revolución Industrial, con una caída recién en los últimos años.

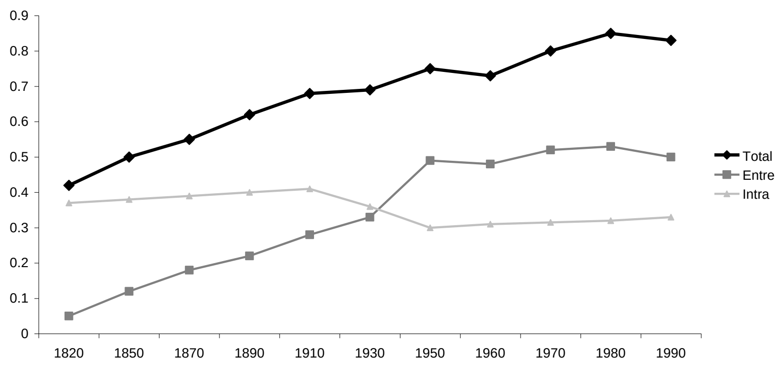
Figura 6.29
Desigualdad global
Índices base 1820 = 100



Fuente: Elaboración propia sobre la base de Atkinson y Brandolini (2010), basado en datos de Bourguignon y Morrison (2000).

La figura 6.30 reporta los resultados de la descomposición del $E(0)$ o desvío medio logarítmico, en un componente inter-países y uno intra-países. El incremento de la desigualdad entre 1820 y la Primera Guerra Mundial se debió en parte al aumento de las desigualdades internas, pero en especial al aumento de la desigualdad entre países. Ese aumento se exacerbó hasta mediados del siglo XX, compensando una reducción de las desigualdades internas. Desde entonces, las desigualdades entre países dejaron de crecer a medida que Japón y algunos países del este de Asia primero y luego China e India comenzaron a crecer a tasas más aceleradas que Europa y Estados Unidos. Ferreira y Ravallion (2009) reportan que los cambios en la desigualdad global en la segunda mitad del siglo XX fueron mucho menos significativos que en los 130 años anteriores.

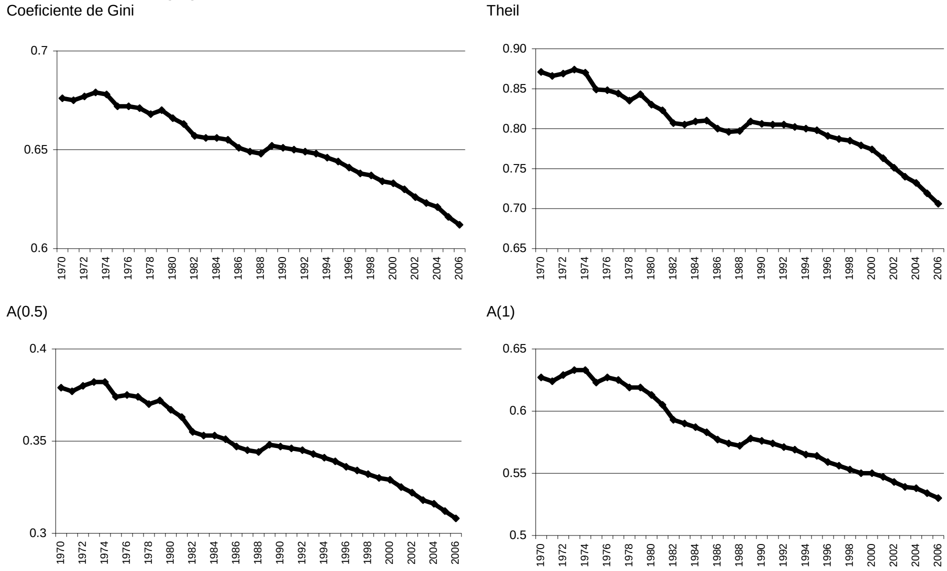
Figura 6.30
Descomposición de la desigualdad global: entre países y dentro de los países
Desvío medio logarítmico



Fuente: Ferreira y Ravallion (2009), basado en datos de Bourguignon y Morrison (2000).

Pinkovskiy y Sala-i-Martin (2009) asumen una distribución log-normal, donde la media es aproximada con el PIB per cápita a PPA y la varianza es estimada por mínimos cuadrados de información de participaciones de quintiles reportados en la base WIDER.[78] Los autores encuentran que la desigualdad mundial cayó desde la década del setenta de manera significativa (figura 6.31).

Figura 6.31
Desigualdad en el mundo
De Pinkovskiy y Sala-i-Martin (2009)

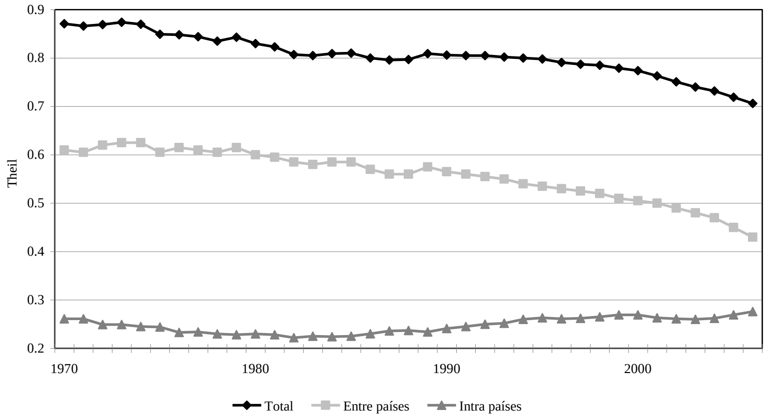


Fuente: Pinkovskiy y Sala-i-Martin (2009).

La caída de la desigualdad en el mundo está fuertemente determinada por el desempeño positivo de algunas economías asiáticas, fundamentalmente China. El ascenso económico de millones de habitantes de ese país asiático (y crecientemente de millones de ciudadanos de la India), que hace unas décadas estaban entre las personas más pobres del mundo, implicó un fuerte movimiento igualador a escala global. La figura 6.32, tomada de Pinkovskiy y Sala-i-Martin (2009), indica que la caída de la desigualdad global es producto de una reducción de la desigualdad entre países, y no de una reducción en las desigualdades internas.

[78] Sala-i-Martin (2006) realiza un ejercicio semejante sobre la base de estimaciones por *kernels*, en lugar de paramétricas.

Figura 6.32
Desigualdad en el mundo
Descomposición del Theil



Fuente: Pinkovskiy y Sala-i-Martin (2009).

Apéndice: En la práctica

Índice de Gini

En este apartado se muestra cómo puede calcularse el índice de Gini, que aparece en varias tablas a lo largo del texto del capítulo. En primer lugar, se muestra una manera relativamente sencilla de hacerlo. Luego, se presenta un programa que también permite computarlo. Como en los capítulos anteriores, utilizamos encuestas de hogares ya procesadas.

El índice de Gini se computa para la variable de ingreso per cápita familiar. Como se discutió en el cuerpo capítulo, las medidas de desigualdad las calculamos excluyendo a los individuos con ingreso cero. En las líneas 3-7 se almacenan el número de observaciones ponderadas y la media del `ipcf` en las macros locales `obs` y `media`, respectivamente. En la línea 8, las observaciones se ordenan de menor a mayor según su `ipcf`. La variable `aux` contiene la suma acumulada de la variable de ponderación `pondera`; también aquí solo se consideran a las observaciones con `ipcf` positivo (ver línea 9). En la línea 10 se computa la posición en el ranking de ingresos de cada observación; notar que se tienen en cuenta los ponderadores – la posición en el ranking (ver variable `i`) de ingresos de cada observación se computa como

$$i = aux - \frac{pondera}{2} + \frac{1}{2}.$$

La fórmula anterior computa la ubicación promedio en el ranking de ingresos de cada encuestado. Un ejemplo se presenta en el cuadro A.1.a. Cuando no se utilizan ponderadores (es decir, *pondera*=1 para todos los individuos), la ubicación en el ranking de cada observación queda computada simplemente como el número de observación (`i = n-1/2+1/2`), como se observa en el cuadro A.1.b.

Cuadro A.1.a: Ejemplo de Gini con ponderadores

ipcf	pondera	aux	i
100	50	50	25.5
150	100	150	100.5
200	50	200	175.5
250	100	300	250.5

Cuadro A.1.b: Ejemplo de Gini sin ponderadores

ipcf	pondera	aux	i
100	1	1	1
150	1	2	2
200	1	3	3
250	1	4	4

Luego, se genera la variable `aux2` para computar cada término de la sumatoria que aparece en la fórmula del Gini presentada en la ecuación (4.14) del texto (ver línea 11); es decir,

$$G = 1 + \frac{1}{N} - \frac{2}{\mu N^2} \sum_{i=1}^{N} x_i (N + 1 - i) \quad x_1 \leq x_2 \leq ... \leq x_N$$

donde N es el número de observaciones, μ es la media del ingreso, y x_i es el ingreso del individuo *i*. La línea 13 calcula el coeficiente de Gini, almacenando el resultado en la macro local `gini`; notar que en el último término aparece la suma ponderada de la variable `aux2` (ver valor almacenado en `r(sum)`). Para finalizar, la línea 14 muestra el contenido de la macro local `gini`.

```
 1 * cap6-gini-simple.do
 2
 3 summ ipcf [w=pondera] if ipcf>0
 4 * poblacion de referencia
 5 local obs = r(sum_w)
 6 * media ingreso
 7 local media = r(mean)
 8 sort ipcf
 9 gen aux = sum(pondera) if ipcf>0
10 gen i = (2*aux - pondera + 1)/2
11 gen aux2 = ipcf*(`obs'-i+1)
12 summ aux2 [w=pondera]
13 local gini = 1 + (1/`obs') - (2/(`media'*`obs'^2)) * r(sum)
14 display "gini = `gini'"
```

El bloque de código siguiente muestra un programa que también puede emplearse para computar el coeficiente de Gini. En este caso, se permite al usuario especificar (1) la variable de la que quiere computarse el Gini, (2) el factor de expansión a utilizar en el cálculo, y (3) una condición if para determinar las observaciones que participan del cómputo del Gini. Así, una forma posible de invocar este programa es:

```
. gini ipcf [w=pondera] if ipcf>0 & urbano==1
(importance weights assumed)
Gini ipcf = 0.5099
```

El programa que se describe funciona agregando al Stata un nuevo comando, `gini`. La líneas 4 y 41 encierran el código del programa `gini`. Así, cada vez que el usuario invoque a este nuevo comando, se ejecutarán las sentencias contenidas entre dichas líneas. La sentencia `syntax` (ver línea 5) se utiliza para que el programa `gini` se comporte como cualquiera de los comandos de Stata; en este caso, se trata de un programa que requiere de una variable para funcionar al mismo tiempo que, opcionalmente, acepta la utilización de ponderadores y la condición if. Así, si el usuario no especifica la variable de la que desea obtener el índice de Gini, recibirá el mensaje de error "varlist required". Como en casos anteriores, la condición if se implementa utilizando las sentencias `preserve`, `marksample` y `keep` (ver líneas 8-13). En la línea 15 se asigna a la macro local `wt` el nombre de la variable que se emplea como ponderador de cada observación en la base de datos. Si el programa fue invocado sin ponderadores, las líneas 16-18 asignan a la macro local `wt` un valor igual a uno. En la línea 20 se ejecuta el comando `summarize` para la variable de ingreso – contenida en la macro local `varlist` -- utilizando ponderadores; luego, se almacenan en las macros locales `media` y `obs` el ingreso promedio y la población de referencia (es decir, la suma de los factores de expansión), respectivamente. En la línea 28 se crean las variables temporales (*i. e.*, que solo existen dentro del programa `gini`) `each`, `i` y `aux`; de esta manera se evita que las variables intermedias generadas por este programa se superpongan con las ya existentes en la base de datos. Las líneas 30-34 son similares a las presentadas más arriba pero hacen referencia a dichas variables temporales. La línea 36 almacena el coeficiente de Gini calculado en `r(gini)`. Por último, la línea 40 muestra el resultado en pantalla. Cabe hacer notar que el código de las líneas 7-38 se encuentra contenido dentro del comando `quietly` de la línea 6; así, las sentencias contenidas en dichas líneas de código no muestran resultados en pantalla.[79]

```
 1 * cap6-gini.do
 2
 3 capture program drop gini
 4 program define gini, rclass
 5   syntax varlist(max=1) [if] [iweight]
 6   quietly {
 7
 8     preserve
 9
10     * touse = 1 -> observacion si cumple if & !=.
11     * touse = 0 -> observacion no cumple if | ==.
12     marksample touse
13     keep if `touse' == 1
14
15     local wt : word 2 of `exp'
16     if "`wt'"=="" {
17       local wt = 1
18     }
19
20     summ `varlist' [`weight'`exp']
21     * poblacion de referencia
22     local obs=r(sum_w)
23     * media ingreso
24     local media=r(mean)
25
26     sort `varlist'
27
28     tempvar each i aux
29
30     gen `aux = sum(`wt')
31     gen `i' = (2*`aux-`wt'+1)/2
32     gen `each' = `varlist'*(`obs'-`i'+1)
33     summ `each' [`weight'`exp']
34     local gini = 1 + (1/`obs') - (2/(`media'*`obs'^2)) * r(sum)
35
36     return scalar gini = `gini'
37
38     restore
39   }
40   display as text "Gini `varlist' = " as result %5.4f `gini'
41 end
```

[79] Se sugiere al lector que sea particularmente cuidadoso en el empleo del comando `quietly`; en particular, mientras se desarrolla una nueva aplicación. En general, nos interesa ver resultados en pantalla mientras trabajamos un código nuevo.

A modo de ejercicio, el lector puede replicar alguno de los resultados que aparecen en la figura 4.4 del texto.

Índice de Theil

El código siguiente puede utilizarse para calcular el índice de Theil introducido en la sección 6.4.5 de este capítulo (ver cuadro 6.4). En primer lugar, se computa el ingreso per cápita familiar promedio considerando únicamente a los individuos con `ipcf` positivo (ver líneas 3-4). Luego, se genera la variable `each` que almacena cada uno de los términos que se suman para computar el índice de Theil (línea 6). La línea 7 se emplea para obtener (1) la suma ponderada de la variable `each` (ver `r(sum)` luego de un `summarize`), y (2) la población de referencia (ver `r(sum_w)` luego de un `summarize`). En la línea 8 se computa el índice Theil como el cociente entre (1) y (2). Por último, se muestra el resultado (ver línea 10).

$$T = \sum_{i=1}^{N} \frac{w_i}{N} \frac{y_i}{\mu} \ln\left(\frac{y_i}{\mu}\right)$$

```
 1 * cap6-theil-simple.do
 2
 3 summ ipcf [w=pondera] if ipcf>0
 4 local media = r(mean)
 5
 6 gen each = ipcf/`media'*ln(ipcf/`media')
 7 summ each [w=pondera]
 8 local theil = (r(sum)/r(sum_w))
 9
10 display "Theil = `theil'"
```

Se deja como ejercicio para el lector la elaboración de un programa que calcule el índice de Theil; idealmente, que permita utilizar ponderadores y condiciones if.

Índice de Atkinson

En este apartado se muestra cómo puede computarse el índice de Atkinson (ver sección 6.4.6). El cómputo de dicho indicador no agrega ninguna dificultad respecto de lo visto para el caso de los coeficientes de Gini y Theil. En primer lugar se asigna a la macro local `epsilon` el valor correspondiente al coeficiente de aversión a la desigualdad (ver línea 4). Las líneas 6-8 almacenan en las macros locales `obs` y `media` la población de referencia y el `ipcf` promedio, respectivamente; el mismo procedimiento se utilizó anteriormente para calcular otros indicadores. En las líneas 10-21 se utiliza una condición `if-then-else` para determinar qué fórmula debe utilizarse para computar el coeficiente de Atkinson, dependiendo del valor que se asigne al coeficiente de aversión a la desigualdad (ver macro local `epsilon`).[80] Las líneas 11-15 calculan el coeficiente de Atkinson cuando `epsilon = 1`; se utiliza la fórmula

$$A = 1 - \frac{\left(\exp\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \ln x_i \right) \right)}{\mu}$$

donde A es el coeficiente de Atkinson, x_i es el ingreso del individuo i, N es el número de observaciones, y μ es la media de los ingresos. Luego, las líneas 17-21 computan el coeficiente de Atkinson cuando `epsilon` es diferente de 1; en este caso la fórmula es (ver ecuación (4.48) del texto)

$$A = 1 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} x_i^{1-\varepsilon} \Big/ N \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}}{\mu}$$

donde ε es el coeficiente de aversión a la desigualdad. Por último, la línea 23 muestra los resultados.

```
 1 * cap6-atk-simple.do
 2
 3 * parametro aversión desigualdad
 4 local epsilon = 0.5
 5
 6 summ ipcf [w=pondera] if ipcf>0
 7 local obs = r(sum_w)
 8 local media = r(mean)
 9
10 * epsilon == 1
11 if `epsilon' == 1 {
12   generate each = ln(ipcf/`media')
13   summ each [w=pondera]
14     local atk = 1 - exp(1/`obs'*r(sum))
15   }
16 * epsilon != 1
17 else {
18   generate each = (ipcf/`media') ^ (1-`epsilon')
19   summ each [w=pondera]
20   local atk = 1 - (r(sum)/`obs') ^ (1/(1-`epsilon'))
21 }
22
23 display as text "Atkinson(e=`epsilon') = " as result `atk'
```

Se deja como ejercicio para el lector la elaboración de un programa que permita computar el índice de Atkinson, aceptando como opción el valor para el coeficiente de aversión a la desigualdad.

[80] La utilización de condiciones `if-then-else` se explica con detalle en el Apéndice I del libro.